

# **PRONÓSTICOS Y PROGRAMACIÓN LINEAL PARA DETERMINAR LA MEZCLA DE PRODUCTOS EN UN MINI SÚPER**

Tutor: Prof. Marcelo Medina

MARIANA ARAUJO GRIET

*mariana.ag92@gmail.com*

KAREN A. HANDL

*karenahandl@gmail.com*

Facultad de Ciencias Económicas-Universidad Nacional de Tucumán

## RESUMEN

En el mini súper "El Almacén", sujeto de este estudio, se presenta la situación de que los pedidos se hacen "a ojo", es decir, no existe un método profesional y objetivo para hacerlos. No se tiene en cuenta al hacer las compras el hecho de maximizar la contribución marginal de los productos, y eso trae consigo algunos problemas.

Entonces, en este trabajo se utilizaron 2 modelos cuantitativos (pronósticos y programación lineal) para ayudar al gerente del mini súper a tomar mejores decisiones al realizar la compra de los productos lácteos marca La Serenísima.

Se utilizaron series de tiempo de las demandas semanales de grupos de lácteos comercializados por el mini súper para pronosticar 4 semanas y luego se incorporaron esos pronósticos como restricciones en una programación lineal. En dicha programación lineal, las restricciones de demanda se combinan con una restricción de presupuesto para determinar la mezcla óptima de productos a comprar para maximizar la contribución marginal semanal.

**Palabras Clave:** Pronósticos - Modelos de series de tiempo - Mezcla de productos

## ABSTRACT

At the mini supermarket "El Almacén", subject of this study, the orders are made "by eye" or instinct, this is, there is not a professional and objective method to make them. When the orders are made, is not taken into account to maximize the marginal contribution of the products, and that brings with it some problems.

In this paper, two quantitative models (forecasting and linear programming) are used to help the manager of the mini supermarket to make better decisions when purchasing milk products with the brand "La Serenísima".

Time series of weekly demands of the milk products sold by the mini supermarket were used to forecast four weeks and then were incorporated into a linear programming as constraints. In this linear programming, the demand constraints are combined with a budget constraint to determine the optimal mix of products to buy in order to maximize the weekly marginal contribution.

**Keywords:** Forecasting - Time series models - Product Mix

## 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo fue realizado para la materia Investigación Operativa (Análisis Cuantitativo de Negocios I) de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. Su objetivo es aplicar a un caso de una empresa real los conocimientos adquiridos en la materia.

Un modelo es una simplificación y representación cuidadosamente seleccionada de la realidad. El enfoque del análisis cuantitativo consiste en definir un problema, desarrollar un modelo, obtener los datos de entrada, desarrollar una solución, probar la solución, analizar los resultados e implementarlos. Se trata del punto de vista científico para la toma de decisiones administrativas.

Siguiendo ese enfoque, en este trabajo se utilizaron 2 modelos cuantitativos (pronósticos y programación lineal) para ayudar al gerente de un mini súper a tomar mejores decisiones al realizar la compra de productos lácteos.

## 2. PROGRAMACIÓN LINEAL Y PRONÓSTICOS

### 2.1. Programación lineal

La programación lineal (PL) es una técnica de modelado matemática ampliamente utilizada, que está diseñada para ayudar a los gerentes en la planeación y toma de decisiones respecto a la asignación de recursos.

Es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema formulado a través de un sistema de inecuaciones lineales, optimizando la función objetivo, también lineal.

Consiste en optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que se expresan mediante un sistema de inecuaciones lineales.

Propiedades:

1. Una función objetivo
2. Una o más restricciones
3. Cursos de acción alternativos
4. La función objetivo y las restricciones son lineales: proporcionalidad y adición
5. Certeza
6. Divisibilidad
7. Variables no negativas

### 2.2. Pronósticos

Pronosticar es conocer por algunos indicios lo futuro.

Los pronósticos buscan reducir la incertidumbre e intentan hacer mejores estimaciones de lo que sucederá en el futuro, lo cual sirve a los gerentes para tomar decisiones.

#### 2.2.1. Medidas de exactitud de un pronóstico

Estos indicadores sirven para comparar la efectividad de diferentes modelos de pronósticos utilizados. Siempre se busca el valor menor en los indicadores MAD, MSE O MAPE ya que representa un mejor ajuste del modelo.

Error del pronóstico = valor real – valor pronosticado

n= número de errores

Desviación Media Absoluta (MAD o DMA):

$$MAD = \frac{\sum |\text{error del pronóstico}|}{n}$$

Error cuadrático medio (MSE o ECM):

$$MSE = \frac{\sum (\text{error})^2}{n}$$

Error de porcentaje medio absoluto (MAPE o EMAP):

$$MAPE = \frac{\frac{|\text{error}|}{\text{real}}}{n} \times 100$$

Existen muchos tipos de pronósticos: modelos cualitativos, modelos de series de tiempo y modelos causales. En este trabajo nos enfocamos en los modelos de series de tiempo.

### 2.2.2. Modelos de series de tiempo

Intentan predecir el futuro usando datos históricos. Estos modelos suponen que lo que ocurra en el futuro (pronóstico) es una función de lo que haya sucedido en el pasado, ignorándose otras variables.

Una serie de tiempo se basa en una secuencia de datos igualmente espaciados (semanales, mensuales, trimestrales, etc.).

Componentes de una serie de tiempo:

Tendencia (T): es el movimiento gradual hacia arriba o hacia debajo de los datos en el tiempo.

Estacionalidad (S, por *Seasonality*): es el patrón de la fluctuación de los datos arriba o debajo de la recta de tendencia que se repite a intervalos regulares.

Ciclos (C): son patrones en los datos anuales que ocurren cada cierto número de años. Suelen estar vinculados al ciclo de negocios.

Variaciones aleatorias (R, por *Random variations*): son “saltos” en los datos ocasionados por el azar o por situaciones inusuales; no siguen un patrón discernible.

En estadística existen dos formas generales de los modelos de series de tiempo. La primera es un modelo multiplicativo, que supone que la estimación es el producto de las cuatro componentes:

$$T \times S \times C \times R$$

Un modelo aditivo suma los componentes para dar una estimación:

$$T + S + C + R$$

### 2.2.3. Métodos de previsión de serie de tiempo clásicos

Sin tendencia ni estacionalidad	Sólo tendencia, sin estacionalidad	Sólo estacionalidad, sin tendencia	Tendencia y estacionalidad
Suavizado exponencial simple	Suavizado exponencial doble	Aditivo estacional	Aditivo de Holt-Winters
Promedio móvil simple	Promedio móvil doble	Multiplicativo estacional	Multiplicativo de Holt-Winters

- Métodos de promedio móvil: estos métodos ayudan a suavizar las fluctuaciones a corto plazo y resaltan las tendencias o ciclos a largo plazo. Se utilizan cuando la serie de tiempo no tiene una tendencia. Cuando la serie de tiempo tiene una tendencia, con el método de promedio móvil doble calcula un segundo promedio móvil a partir del promedio móvil original para realizar un mejor seguimiento de la tendencia.
- Métodos de suavizado exponencial: mientras que los promedios móviles ofrecen ponderaciones iguales para valores incluidos, un suavizado exponencial simple asigna ponderaciones que disminuyen exponencialmente a medida que la observación es más antigua, un enfoque más razonable. Cuando una serie de tiempo tiene una tendencia, el suavizado exponencial doble resulta útil y se calcula suavizando la serie dos veces.

2.2.4. Modelo autorregresivo integrado de media móvil o ARIMA (acrónimo del inglés *autoregressive integrated moving average*): es un modelo estadístico que utiliza variaciones y regresiones de datos estadísticos con el fin de encontrar patrones para una predicción hacia el futuro. Se trata de un modelo dinámico de series temporales, es decir, las estimaciones futuras vienen explicadas por los datos del pasado y no por variables independientes.

Fue desarrollado a finales de los sesenta del siglo XX. Box y Jenkins lo sistematizaron.

El Modelo ARIMA puede utilizarse para modelar series de tiempo con o sin componentes de tendencia o estacionalidad y proporcionar pronósticos. El perfil de pronóstico depende del modelo de ajuste. Tiene la ventaja de ser más flexible que los métodos de suavizamiento para el ajuste de los datos, sin embargo la identificación del modelo adecuado consume tiempo y no puede ser fácilmente automatizada.

El modelo ARIMA necesita identificar los coeficientes y número de regresiones que se utilizarán. Este modelo es muy sensible a la precisión con que se determinen sus coeficientes.

Se suele expresar como  $ARIMA(p,d,q)$  donde los parámetros  $p$ ,  $d$  y  $q$  son números enteros no negativos que indican el orden de las distintas componentes del modelo — respectivamente, las componentes autorregresiva, integrada y de media móvil. Cuando alguno de los tres parámetros es cero, es común omitir las letras correspondientes del acrónimo — AR para la componente autorregresiva, I para la integrada y MA para la media móvil. Por ejemplo,  $ARIMA(0,1,0)$  se puede expresar como  $I(1)$  y  $ARIMA(0,0,1)$  como  $MA(1)$ .

Entonces, los parámetros del modelo son: autorregresivos (AR), integración o diferenciación (I) y promedio móvil (MA).

El modelo ARIMA puede generalizarse aún más para considerar el efecto de la estacionalidad. En ese caso, se habla de un modelo SARIMA (*seasonal autoregressive integrated moving average*).

Los valores de datos cíclicos o estacionales se indican mediante un modelo ARIMA estacional con el formato

$$\text{SARIMA}(p,d,q)(P,D,Q)(t)$$

El segundo grupo de parámetros entre paréntesis son los valores estacionales. Los modelos ARIMA estacionales tienen en cuenta el número de periodos de tiempo de un ciclo definidos.

El modelo ARIMA (p,d,q) se puede representar como:

$$Y_t = -(\Delta^d Y_t - Y_t) + \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta^d Y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

en donde  $d$  corresponde a las  $d$  diferencias que son necesarias para convertir la serie original en estacionaria,  $\phi_1, \dots, \phi_p$  son los parámetros pertenecientes a la parte "autorregresiva" del modelo,  $\theta_1, \dots, \theta_p$  los parámetros pertenecientes a la parte "medias móviles" del modelo,  $\phi_0$  es una constante, y  $\varepsilon_t$  es el término de error (llamado también *innovación*).

Se debe tener en cuenta que:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

### 3. PRESENTACIÓN DE LA EMPRESA Y DEL PROBLEMA

La empresa a la cual se refiere este trabajo es un mini súper llamado "El Almacén", que inició sus actividades el 01/08/2012 y actualmente cuenta con 8 empleados y 2 sucursales. Su dueño es Ingeniero en Sistemas y diseñó el sistema de información que se utiliza para registrar las transacciones.

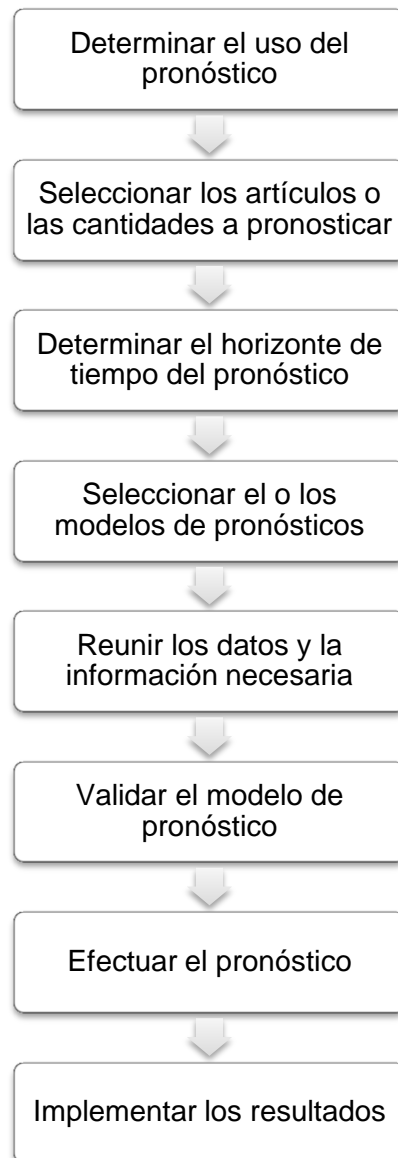
Los datos del presente trabajo se refieren a una de las sucursales (la más antigua). Los horarios de trabajo del mini súper son: lunes a sábado de 8 a 23 horas.

El problema de esta empresa que se presenta aquí es que los pedidos se hacen "a ojo", es decir, no existe un método profesional y objetivo para hacerlos. No se tiene en cuenta al hacer las compras el hecho de maximizar la contribución marginal de los productos.

El objetivo de este trabajo consiste en encontrar la mezcla de productos lácteos que permita maximizar la contribución marginal, teniendo como restricciones la demanda semanal de los mismos y el presupuesto.

Para determinar los valores esperados y límites superiores de la demanda semanal de cada grupo de productos se utilizaron pronósticos, que luego se integraron como restricciones al realizar la programación lineal.

## 4. METODOLOGÍA PARA REALIZAR LOS PRONÓSTICOS



**4.1. Uso del pronóstico:** pronosticar la demanda de los grupos de productos lácteos del mini súper a fin de utilizar las cantidades obtenidas siguiendo un criterio objetivo al realizar los pedidos.

**4.2. Artículos a pronosticar:** dado que el mini súper comercializa una cantidad muy grande de artículos, el estudio debió enfocarse en un rubro de productos, pudiendo extenderse luego a otros rubros. Elegimos los lácteos, porque su demanda es estable durante el año y sus proveedores son pocos. Se inició con una base de datos de ventas de lácteos de 56.289 registros.

Dentro de los lácteos, hay 2 marcas: La Serenísima y Milkaut. Se optó por La Serenísima, por tener una línea de productos más amplia. La Serenísima a su vez tiene 2 proveedores: Danone y Mastellone.

Haciendo el filtrado de productos, se obtuvieron alrededor de 227 artículos de La Serenísima. Luego, con los datos de la demanda de cada uno

desde el 01/08/2012 hasta el 10/06/2014 se decidió eliminar varios artículos, porque ya no se comercializaban en junio de 2014.

Luego, se calculó la contribución marginal de cada artículo, se agruparon de mayor a menor contribución marginal y se realizaron los grupos de productos similares con igual contribución marginal. Así, se obtuvieron 98 grupos de productos lácteos La Serenísima.

Existían datos de 98 semanas, pero 2 de ellas (las semanas 1 y 98) eran semanas incompletas, faltaban algunos días, por lo tanto se decidió eliminarlas, por no ser sus datos comparables con las otras semanas completas.

Luego, como el mini súper inició sus actividades el 01/08/2014, se notaba en los gráficos que las demandas de los productos eran bajas al inicio (muchas demandas eran iguales a 0) y más tarde se estabilizaron. Por eso, se decidió eliminar las semanas 2 a 5 inclusive, es decir, todo el mes de agosto de 2012, primer mes de actividad.

Así, la semana 1 definitiva de los datos pasó a ser la que se extiende del 03/09/2012 al 08/09/2012 y la semana 92 la que va del 02/06/2014 al 07/06/2014. Entonces, la cantidad de semanas de datos históricos utilizada para realizar el pronóstico de cada grupo de artículos es 92.

#### **4.3. Horizonte de tiempo del pronóstico:** 4 semanas (corto plazo).

Las semanas pronosticadas fueron:

Semana 93: del 09/06/2014 al 14/06/2014

Semana 94: del 16/06/2014 al 21/06/2014

Semana 95: del 23/06/2014 al 28/06/2014

Semana 96: del 30/06/2014 al 05/07/2014

#### **4.4. Modelos de pronósticos seleccionados:**

Para realizar los pronósticos se utilizaron varios tipos de modelos, según lo que la herramienta Oracle Crystall Ball Predictor determinaba que mejor se ajustaba a los datos de cada grupo de productos (adoptando aquel método que arroja una menor MAD).

Cuando el coeficiente *U de Theil* resultaba ser mayor que 1 para el mejor método seleccionado por Predictor, como no se recomienda utilizar el método de previsión para valores mayores a 1, se reemplazó el mejor método por otro con *U de Theil* menor que 1.

Los modelos fueron:

Para los grupos de lácteos cuyos datos de demanda semanal no presentaban estacionalidad, según el test realizado por Predictor, se seleccionaron los métodos: promedio móvil simple, suavizado exponencial simple, promedio móvil doble, suavizado exponencial doble y ARIMA. De ellos, no resultó elegido en algún caso el método promedio móvil doble.

##### Promedio móvil simple

Aplicación: mejor para datos volátiles sin tendencia o estacionalidad.

Previsión: resultados en una previsión de línea plana, recta.

Método: este método suaviza los datos históricos realizando un promedio móvil en los últimos períodos y proyectándolos hacia adelante.

Parámetros: optimizar.

##### Suavizado exponencial simple

Aplicación: mejor para datos volátiles sin tendencia ni estacionalidad.

Previsión: resultados en una previsión de línea plana, recta.



Método: este método realiza un promedio de los datos históricos mediante ponderaciones de aumento de forma exponencial. Normalmente, los datos más recientes tienen una ponderación mayor.

Parámetros: optimizar.

#### Promedio móvil doble

Aplicación: mejor para datos con tendencia pero sin estacionalidad.

Previsión: resultados en una previsión de línea inclinada, recta.

Método: este método suaviza los datos históricos realizando un promedio móvil en los últimos períodos y repitiendo este proceso una segunda vez.

Parámetros: optimizar.

#### Suavizado exponencial doble de Holt

Aplicación: mejora para datos con tendencia pero sin estacionalidad.

Previsión: resultados en una previsión de línea inclinada, recta.

Método: este método aplica dos veces el suavizado exponencial, una vez a los datos reales y de nuevo a los datos suavizados.

Parámetros: optimizar.

#### ARIMA

ARIMA: análisis de promedio móvil autorregresivo integrado de los datos de serie de tiempo.

Detalles de ARIMA: Automático.

Criterios de selección de modelo:

Minimizar criterio de información: Criterio de información bayesiana (BIC)

Minimizar medida de error seleccionada: MAD

Incluir constante en ecuación de ARIMA: seleccionar automáticamente.

Realizar transformación de Box-Cox: ninguno ( $\lambda=1,0$ )

Para los grupos de lácteos cuyos datos de demanda semanal sí presentaban estacionalidad según el test realizado por Predictor, se seleccionaron los métodos aditivo estacional, multiplicativo estacional, suavizado estacional aditivo de Holt-Winters, suavizado multiplicativo estacional de Holt-Winters y SARIMA. De ellos, no resultaron elegidos en ningún caso los métodos multiplicativo estacional, suavizado estacional aditivo de Holt-Winters y suavizado multiplicativo estacional de Holt-Winters.

#### Aditivo estacional o Suavizado estacional aditivo

Aplicación: mejor para datos sin tendencia y con estacionalidad que no cambian a lo largo del tiempo.

Previsión: resultados de una previsión de curva que reproduce los ciclos estacionales.

Método: este método separa una serie de datos en estacionalidad y nivel, proyecta cada uno hacia adelante y los reúne en una previsión.

Parámetros: optimizar.

#### Multiplicativo estacional o Suavizado multiplicativo estacional

Aplicación: mejor para datos sin tendencia y con estacionalidad que cambian a lo largo del tiempo.

Previsión: resultados de una previsión de curva que reproduce los ciclos estacionales.

Método: este método separa una serie de datos en estacionalidad y nivel, proyecta cada uno hacia adelante y los reúne en una previsión.

Parámetros: optimizar.

Suavizado estacional aditivo de Holt-Winters

Aplicación: mejor para datos con tendencia y con estacionalidad que no cambian a lo largo del tiempo.

Previsión: resultados de una previsión de curva que reproduce los ciclos estacionales.

Método: este método separa una serie de datos en estacionalidad, tendencia y nivel, y proyecta cada uno hacia delante y los reúne en una previsión.

Parámetros: optimizar.

Suavizado multiplicativo estacional de Holt-Winters

Aplicación: mejor para datos con tendencia y con estacionalidad que cambian a lo largo del tiempo.

Previsión: resultados de una previsión de curva que reproduce los ciclos estacionales.

Método: este método separa una serie de datos en estacionalidad, tendencia y nivel, y proyecta cada uno hacia delante y los reúne en una previsión.

Parámetros: optimizar.

SARIMA

Igual al modelo ARIMA. Se lo utiliza cuando los datos tienen estacionalidad.

Para todos los pronósticos se utilizó como medida de error MAD (desviación media absoluta), como técnica de previsión “Previsión Estándar” y luego se ajustó el pronóstico para redondear valores a números enteros, en el caso de los grupos de productos cuya demanda era entera. Hay productos que se venden por peso, como los quesos, cuya demanda es continua y entonces los valores de los pronósticos no se redondearon. También se realizó el ajuste del pronóstico para que las demandas pronosticadas sean mayores o iguales a 0.

## 5. ANÁLISIS DE LOS PRONÓSTICOS

Análisis del Informe de Crystall Ball Predictor:

Teniendo en cuenta 92 datos de demanda semanal del producto LA SERENÍSIMA U/D E/CA Y VIT SACHET 1L (ID 198166), se realizó el pronóstico en Crystal Ball Predictor. Ese producto tiene una contribución marginal de \$1,77 y una gran demanda. Se lo llama variable de decisión X73 en la programación lineal.

### TABLA N° 1

**Resumen:**

Atributos de datos:

Número de serie

1

Los datos están en

semanas

Prefs ejecución:

Periodos en previsión

4

Introducir valores que faltan	Activado
Ajustar valores atípicos	Desactivado
Métodos utilizados	Métodos no estacionales
Técnica de previsión	Métodos de ARIMA
Medida de error	Previsión estándar
	MAD

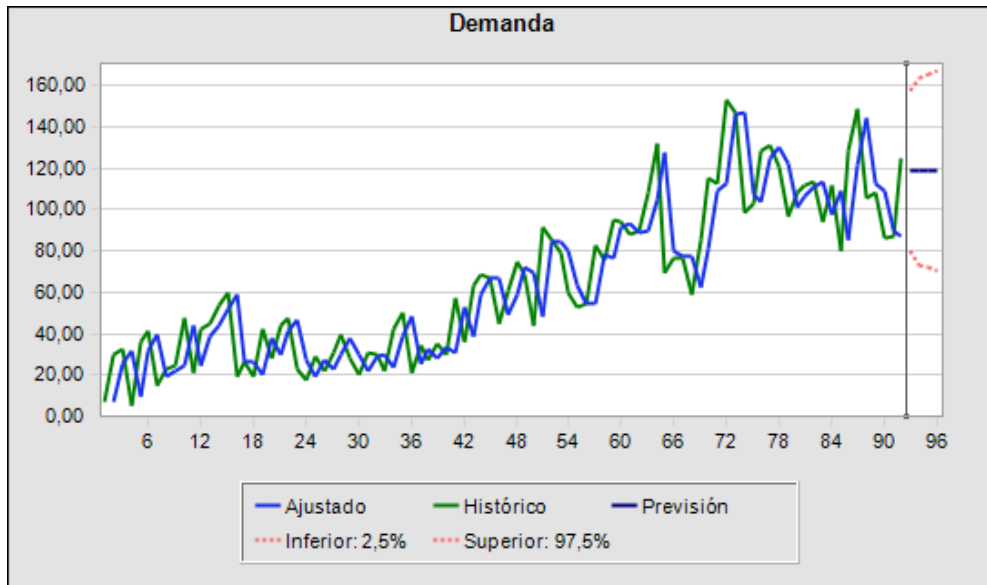
**Serie de Predictor**

**Serie: Demanda**

Resumen:

Mejor método	Suavizado exponencial doble
Medida de error (MAD)	15,28

**FIGURA N° 1**



Previsión ajustada (Redondear: Números enteros; Restringir: Mín=0,00)

El análisis de los datos históricos determinó:

**TABLA N° 2**

Datos históricos:

Estadísticas	Datos históricos
Valores de datos	92
Mínimo	5,00
Media	65,28
Máximo	153,00
Desviación estándar	37,69
Ljung-Box	119,25 (Sin tendencia)
Estacionalidad	No estacional (Detección automática)
Valores filtrados	0

El software detectó automáticamente que los datos no tenían estacionalidad y estableció que el mejor método de pronóstico era Suavizado exponencial doble, teniendo como medida de error a la desviación media absoluta (MAD).

Se ajustó la previsión para que no se pronostique una demanda negativa ni fraccionaria de sachets de leche.

Teniendo en cuenta que el método de suavizado exponencial doble arroja una previsión en línea recta, el pronóstico de corto plazo de 4 semanas (semanas 93 a 96), arrojó los siguientes resultados:

**TABLA N° 3**

Resultados de previsión:

Periodo	Inferior: 2,5%	Previsión	Superior: 97,5%
93	79,79	119,00	157,28
94	73,16	119,00	164,11
95	72,23	119,00	165,26
96	70,24	119,00	167,47

Previsión ajustada (Redondear: Números enteros; Restringir: Mín=0,00)

Que se interpretan así:

Para la semana 93, que se extiende del 9 al 14 de junio de 2014, la previsión de demanda es de 119 sachets de leche LA SERENÍSIMA U/D E/CA Y VIT (ID 198166).

El intervalo de confianza del 95% de esa previsión es (79,79;157,28). Es decir, existe un 95% de confianza de que la demanda de leche de la semana que se extiende del 9 al 14 de junio de 2014 estará comprendida entre 80 y 157 unidades.

En cuanto a la precisión de la previsión:

**TABLA N° 4**

Precisión de previsión:

Método	Rango	MAD
Suavizado exponencial doble	Mejor	15,28
Suavizado exponencial simple	2.º	15,29
ARIMA(0,1,1)	3.º	15,35

Método	U de Theil	Durbin-Watson
Suavizado exponencial doble	0,8938	2,28
Suavizado exponencial simple	0,8937	2,28
ARIMA(0,1,1)	0,6467	1,66

Parámetros de método:

Método	Parámetro	Valor
Suavizado exponencial doble	Alfa	0,8241
	Beta	0,0010
Suavizado exponencial simple	Alfa	0,8233
ARIMA(0,1,1)	---	---

Se aplicaron los cuatro métodos no estacionales y ARIMA. Luego el software determinó que el que mejor ajuste a los datos tenía, para hacer una mejor previsión, era Suavizado exponencial doble, ya que su DMA es menor que la de Suavizado exponencial simple y ARIMA. Este valor, DMA=15,28 nos indica que el promedio de la suma de los valores absolutos de los errores del modelo de suavizado exponencial doble es de casi 15 sachets de leche, o sea que el pronóstico tiene en promedio ese error al pronosticar la demanda semanal.

Cuando las demandas de los productos son números enteros, se redondearon los valores arrojados por los límites inferior y superior del intervalo de confianza del 95% de los pronósticos, para usarlos en la Programación lineal.

## **6. METODOLOGÍA PARA REALIZAR LA PROGRAMACIÓN LINEAL DE MEZCLA DE PRODUCTOS**

Se utilizó programación lineal entera mixta, con algunas variables de decisión continuas y otras enteras. Se realizaron cuatro modelos de programación lineal en Solver, complemento de Microsoft Office Excel, uno por cada semana pronosticada. Se obtuvieron luego los informes de respuestas y de sensibilidad.

### **6.1. Variables de decisión**

$X_i$

Cantidad a comprar a los proveedores por semana de ese grupo de productos lácteos con igual contribución marginal. Hay 98 grupos, y por lo tanto 98 variables de decisión.

### **6.2. Función objetivo**

La función objetivo consiste en maximizar la contribución marginal (precio de venta menos precio de compra, ambos con IVA) al comprar los productos lácteos de la semana.

### **6.3. Restricciones**

Restricciones de demanda: cada pronóstico realizado por cada uno de los grupos de productos lácteos arrojó un valor pronosticado y un intervalo de confianza del 95% del pronóstico, con un límite inferior y otro superior. Estos límites fueron redondeados si la variable era entera.

Se emplearon en total 196 restricciones de demanda. De ellas, 98 restricciones (una para cada grupo de productos) se hicieron con el valor del pronóstico realizado, del tipo  $X_i \geq \text{Pronóstico de la demanda}$ . Las otras 98 restricciones se hicieron con el valor del límite superior del intervalo de confianza del pronóstico, y son del tipo  $X_i \leq \text{Límite superior del pronóstico}$ .

Restricción de presupuesto: el gerente sólo destina \$7050 a la compra semanal de lácteos La Serenísima a sus proveedores.

Esta restricción es del tipo  $\sum (\text{Precios de compra con IVA} * X_i) \leq \$7050$

Así, en total, el modelo contó con 98 variables de decisión, 1 función objetivo y 197 restricciones.

Se pensó emplear también restricciones de espacio, por la superficie que ocupan los productos en la heladera y estantes. Pero se observó que las heladeras son grandes y todos los productos entran perfectamente, quedando espacio de sobra; y en las estanterías, al poderse apilar los productos, tampoco se presentan problemas. Por lo tanto, el espacio no es un limitante en este caso.

## **7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL**

### **7.1. Análisis de los informes de respuestas y de sensibilidad correspondientes a la primera semana pronosticada**

Del primer pronóstico, el de la semana 93 que va del 09/06/2014 al 14/06/2014, se obtuvo la cantidad de unidades de cada grupo de productos lácteos La Serenísima que hay que comprar en el pedido semanal para maximizar la contribución marginal.

Resultó que hay que comprar 10,25 kg. de QUESO LS CREMON DOBLE CREMA (ID 198256), 10 unidades de 200 gr. de QUESO UNT-LS FINLANDIA-LIGHT (ID 16898), 119 sachets de un litro de LECHE LS U/D E/CA Y VIT (ID 198166), no hay comprar ninguna unidad de CRECER 3 (ID 199469), etc. Para más detalles de los resultados ver el archivo de Excel adjunto llamado PROGRAMACIÓN LINEAL IO.

La contribución marginal máxima resultante para la primera semana pronosticada es de \$1480,70.

Variable de decisión X1 QUESO SARDO LS (ID 198265)

Rango de optimalidad: (21,59 ; 22,56)

La contribución marginal del producto Queso Sardo La Serenísima (que es que tiene mayor contribución marginal), puede variar dentro del rango (21,59 ; 22,56) y no cambia la solución óptima. Es decir, puede aumentar hasta \$22,56, pero no puede disminuir.

Con respecto a muchos productos se nota que sus contribuciones marginales pueden disminuir infinitamente sin que cambie la solución óptima, pero no pueden aumentar.

Precio sombra de la restricción presupuestaria: 0,21

Rango de factibilidad: (7043,77; 7144,05)

Interpretación: cada \$1 adicional de presupuesto para la compra semanal de lácteos La Serenísima y hasta un total de \$ 7144,05, incrementará la contribución marginal en \$0,21. Si se reduce el presupuesto semanal, la contribución marginal posible se reducirá en \$0,21 por peso, hasta que el presupuesto se reduzca al límite inferior de \$7043,77.

Si el presupuesto disponible está fuera de este rango (\$7043,77; \$7144,05), entonces el precio sombra ya no es significativo y el problema

deberá resolverse con el nuevo valor del presupuesto (lado derecho de la restricción 197).

Precio sombra de la restricción R112 o  $X_{14} \leq 1$ , siendo  $X_{14}$ =Queso Danbo feteado 200 gr. (ID 198248): 0,1785

Rango de factibilidad: (0;1,33)

Interpretación: cada unidad adicional que se compre de queso Danbo feteado 200 gr. y hasta un total de 1,33 unidades, incrementará la contribución marginal máxima posible en \$0,18.

Se observa en los resultados arrojados por el modelo, que la restricción presupuestaria condiciona mucho a las cantidades que se deben adquirir, siendo éstas en todos los casos iguales a las cantidades pronosticadas puntualmente para cada grupo de productos lácteos. Es decir que las restricciones del límite superior del intervalo de confianza del pronóstico (del tipo  $\leq$ ) son opcionales, no activas con ese presupuesto acotado, pero servirán en el caso de que el presupuesto semanal para la compra de lácteos La Serenísima sea aumentado.

## **7.2. Comparación de los resultados obtenidos en las 4 semanas pronosticadas**

72 de los 98 grupos de productos analizados tienen pronósticos iguales para las 4 semanas. Esto en muchos casos se debe a que el método que mejor se ajustaba a los datos arroja un pronóstico en línea recta.

Los restantes 26 productos tienen pronósticos de demanda distintos para las 4 semanas. De ellos, 23 arrojan pronósticos que no varían significativamente entre sí (diferencia de 1 ó 2 productos) y sólo 3 grupos de productos tienen pronósticos con diferencias significativas.

La Contribución Marginal semanal máxima resultante fue igual para las 4 semanas pronosticadas, y de \$1480,70. Es decir, que el gerente puede esperar una contribución marginal semanal resultante de la venta de los productos "La Serenísima" constante.

Considerando todo lo analizado, se recomienda incentivar la demanda de quesos (variables de decisión  $X_1$  a  $X_8$  en el modelo), porque tienen la mayor contribución marginal. Ello puede hacerse mediante el armado de combos de productos para una picada familiar por ejemplo, aprovechando el Mundial de Fútbol.

Por otro lado, debido a la alta inflación, *estoquearse* es bueno y las compras pueden realizarse por valores mayores a los pronosticados, siempre y cuando los vencimientos de los productos lo permitan.

También, se recomienda aumentar el presupuesto semanal destinado a estos lácteos, para aprovechar las demandas superiores a lo pronosticado. Eso sabiendo que cada \$1 adicional de presupuesto y hasta un total de \$ 7144,05, se incrementará la contribución marginal en \$0,21.

## **8. CONCLUSIONES**

Mediante la realización de este trabajo, pudimos aplicar e integrar los conocimientos adquiridos en la materia Investigación Operativa a una situación

administrativa real de una empresa de nuestro medio. A la vez, desarrollamos aún más nuestras habilidades analíticas y tomamos contacto con la realidad de los negocios, viendo cómo opera un mini súper.

También, aprendimos otros modelos de pronósticos no vistos en clase, como el modelo ARIMA, y a utilizar la herramienta Predictor de Crystal Ball.

Se comprendió la importancia de que los datos de entrada recolectados sean de buena calidad, y de realizar las suposiciones correctas al utilizar los modelos. El proceso de tratamiento de los datos es muy laborioso, y por ello es fundamental que el analista cuantitativo sepa utilizar herramientas como las fórmulas de Excel, Solver y Crystal Ball, que facilitan enormemente el trabajo.

Se logró encontrar la mezcla de productos lácteos “La Serenísima” que permita maximizar la contribución marginal, teniendo como restricciones la demanda semanal pronosticada de los mismos y el presupuesto. Se recomienda incentivar la demanda de quesos, *estoquearse* debido a la alta inflación actual y aumentar el presupuesto semanal para mejorar la contribución marginal.

A la hora de decidir si implementar o no los resultados de este trabajo, se deben tener en cuenta no sólo los factores cuantitativos analizados acá, sino también factores cualitativos, como el criterio y la intuición del gerente en cuanto a las demandas futuras de los productos.

Cabe aclarar también que los modelos desarrollados anteriormente pueden aplicarse a otros rubros y productos del mini súper.

## **9. REFERENCIAS**

### Libros

RENDER B., HANNA M., STAIR R. (2012): Métodos cuantitativos para los negocios. 11ª Edición. Editorial Pearson. México.

### Páginas web

REYES AGUILAR P. (2007): "Metodología de análisis con series de tiempo". Versión obtenida el 24/06/2014.  
<http://www.icicm.com/files/SeriesDeTiempoComp.doc>

Wikipedia, “Modelo autorregresivo integrado de media móvil”. Versión obtenida el 24/06/2014  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo\\_autorregresivo\\_integrado\\_de\\_media\\_m%C3%B3vil](http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_autorregresivo_integrado_de_media_m%C3%B3vil)

Wikipedia, “Programación Lineal”. Versión obtenida el 24/06/2014  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Programaci%C3%B3n\\_lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Programaci%C3%B3n_lineal)

### Otros

Guía del usuario de Crystall Ball Predictor versión 11.1.2.3