



UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS



Proyecto de Investigación

“Evaluación de modelos econométricos y financieros tradicionales aplicados a criptomonedas”

Trabajo de Campo

Autor: Mercado Tawil, Juan Manuel

DNI: 39.698.357

Tutora: Mag. Ortiz, María de las Mercedes

Licenciatura en Administración

Cátedra Práctica Profesional

Proyecto de Investigación - Año 2021

Índice

1. Resumen	3
2. Introducción	4
3. Marco Metodológico	6
3.1 Planteamiento del Problema	6
3.2 Justificación del Trabajo	6
3.3 Objetivos del Trabajo	7
3.4 Metodología	7
4. Marco Teórico	9
4.1 Modelo de Markowitz y CAPM	9
4.2 Optimización Dinámica y Simulación	16
4.3 Metodología Box-Jenkins	18
4.4 Blockchain y Criptomonedas	22
4.5 Índice Bursátil S&P 500	23
5. Aplicación y Resultados	24
5.1 Modelo CAPM	24
5.2 Optimización Dinámica	27
5.3 Metodología Box-Jenkins	31
6. Conclusiones y Recomendaciones	41
7. Bibliografía	43
8. Anexo	45

1. Resumen

En la última década, y de forma mas pronunciada en el último par de años, se ha comenzado a incluir a los “cripto activos” y las criptomonedas como alternativa de inversión, tanto para individuos como para empresas.

La tecnología blockchain ha permitido avances no solo en el ámbito financiero, si no también en el operativo, contractual y comercial de las empresas. Esto ha generado su consolidación y ha llevado a un interés cada vez mayor en participar en este mundo.

Sin embargo, en lo que a inversiones financieras respecta, la volatilidad es extrema en muchos casos, por lo que urge la necesidad de encontrar herramientas que brinden claridad y soporte al momento de tomar decisiones de inversión. Es por esto que este trabajo se propone evaluar modelos que han sido utilizados históricamente y en el presente en los mercados financieros tradicionales, y determinar si estos modelos son extrapolables a las criptomonedas o no. Para alcanzar este propósito, se utilizará en primer lugar el modelo de valoración de activo “Capital Asset Pricing Model” de Sharpe, comparando el rendimiento del índice Bursatil S&P 500 con las criptomonedas. En segundo lugar, se procederá a realizar una Optimización Dinámica (combinación de Optimización Lineal con Simulación Montecarlo) para la formación de una cartera basada en rendimientos probabilísticos de los diferentes activos. Por último, se procederá a la modelización por medio de la Metodología Box – Jenkins, donde se testearán procesos autorregresivos, de medias móviles y de heterocedasticidad condicional, muy utilizados en la predicción de rendimientos de activos financieros tradicionales.

Una vez obtenidos los resultados, se espera tener un panorama claro con respecto a estar tres herramientas y su utilidad al momento de aplicarse al terreno de las criptomonedas, así como dar lugar a nuevos estudios y nuevas pruebas a modelos financieros y econométricos en este ámbito.

Palabras Clave: Criptomonedas – Blockchain – CAPM – Optimización Dinámica - Box-Jenkins

2. Introducción

A estas alturas del siglo XXI, no es ninguna novedad que las innovaciones tecnológicas se suceden sin esperar que las empresas y la sociedad logren adaptarse y seguir el ritmo. Dentro de este escenario, la tecnología blockchain se encuentra en boca de todos por las infinitas posibilidades que ofrece, recordando al inicio de Internet y su potencial limitado solo por la imaginación de los más instruidos en la materia. Esta nueva tecnología, y sus activos derivados, prometen controversia y revolución en los sistemas tradicionales, desde lo operativo hasta lo financiero y fiscal, desde lo individual hasta lo colectivo y empresarial, tanto en el plano local como internacional. Al respecto, un uso en particular de la tecnología blockchain, las criptomonedas (no criptoactivos, ya que este término se considera aún más abarcativo que estas últimas), es el eje central de este trabajo de investigación. La búsqueda de un modelo que permita comprender su comportamiento desde un punto de vista económico y financiero, llevó a testear el uso de modelos econométricos y de la estadística utilizada en los mercados accionarios tradicionales (bajo el supuesto de que su comportamiento presenta ciertas similitudes).

Como base del presente trabajo, se comienza con la introducción teórica del Modelo de Markowitz, el cual plantea que los inversores desean rentabilidad y rechazan el riesgo, por lo que las carteras serán eficientes en tanto proporcionan la máxima rentabilidad posible para el menor riesgo posible. Esta expresión se traduce en un modelo matemático compuesto por un programa cuadrático paramétrico que se involucra el presupuesto del inversor destinado a cada activo de la cartera, la varianza de la cartera, la covarianza entre los rendimientos de los activos y las rentabilidades esperadas de cada activo.

El modelo de Markowitz da lugar al surgimiento del modelo Capital Asset Pricing Model, que se diferencia en el anterior por la incorporación de la Beta de la cartera y de los activos al modelo, medida de riesgo que compara las variaciones del rendimiento de los activos o de la cartera en comparación con la rentabilidad del mercado, representada por los rendimientos de un índice o un activo de referencia. El CAPM (por sus siglas en inglés) hace la incorporación de la Beta de la cartera para diferenciar el riesgo sistemático y el no sistemático, y es el modelo más utilizado en el último siglo por excelencia al momento de formación de carteras eficientes que superen los rendimientos del mercado, contando a su vez con una medida de riesgo útil para comparar carteras y activos.

Este poderoso modelo, combinado con el método de Programación Dinámica u Optimización Estocástica, el cual busca generar la solución para varios escenarios que se pueden establecer bajo una condición probabilística, y con la Simulación Montecarlo, herramienta estadística que permite la modelación de resultados acorde con el comportamiento histórico de los datos y su probabilidad de ocurrencia, brindan la oportunidad de evaluar posibles escenarios en cuanto al rendimiento y la volatilidad de activos, como también opciones de carteras formadas por estos activos en diferentes proporciones que cumplan con condiciones mínimas de diversificación, volatilidad y rendimientos esperados por el inversor. Estas técnicas, procesadas a través de programas de software como Microsoft Excel y Risk Simulator y aplicadas a su vez en bases de datos de rendimientos históricos de criptomonedas, dan lugar a una posible comparación con respecto al mercado accionario tradicional estadounidense.

Por otro lado, como complemento para la comparación entre practicidad y ajustes de modelos predictivos, se utiliza la Metodología Box-Jenkins, basada en un enfoque de modelado iterativo de 3 etapas (Identificación y selección del modelo, estimación de parámetro por medio de algoritmos y , por último, comparación de si el modelo estimado se ajusta a las especificaciones de un proceso univariado estacionario, mediante ensayo), para encontrar posibles modelos que se ajusten a la serie temporal de rendimientos históricos de carteras de inversión formadas por criptomonedas. Una vez alcanzados los mejores modelos, se busca predecir los valores de la serie y establecer así los rendimientos y la volatilidad esperada para la cartera, logrando un mejor entendimiento del comportamiento y las posibles ventajas de invertir en estas monedas digitales. Para lograr alcanzar este último objetivo, se utiliza el software estadístico y econométrico E-views.

Cumplir este proceso y proyecto de investigación permitirá evaluar el rendimiento de diversos modelos como herramientas de soporte a la toma de decisiones de inversión y financieras, así como generar un estímulo al debate y a la prueba de otros modelos que logren mejores ajustes y predicciones. Para ello, se trabajó con datos de rendimientos históricos de diversas criptomonedas, mayormente las más antiguas y de mayor capitalización de mercado, como también del índice bursátil S&P 500.

3. Marco Metodológico

3.1 Planteamiento del Problema

Actualmente existe un mundo de inversiones financieras en auge, pero aun poco explorado por el grueso de la población y de los inversores financieros, ya sea por reticencia, por aversión al riesgo, por falta de conocimiento, información o experiencia, o por motivos impositivos o legales. Estamos hablando del mundo de los cripto activos.

De este hecho, surge el siguiente planteamiento: ¿Se podrá encontrar algún modelo financiero, matemático o econométrico existente que sirva como herramienta de apoyo para la toma de decisiones financieras y de inversión relativas a las criptomonedas?

Para responder esta pregunta, es necesario ahondar también en otras que formarán parte del proceso para poder llegar a la conclusión final:

- ¿Qué criterios se deben usar para la selección de los activos candidatos a evaluar?
- ¿Qué modelos son utilizados actualmente en instrumentos financieros similares?
- ¿Cuál es el retorno y el riesgo esperado del mercado de referencia S&P 500?
- ¿Cuál es el retorno y el riesgo esperado de las criptomonedas participantes?
- ¿Se puede predecir o estimar el rendimiento futuro de la cartera con los modelos seleccionados?

3.2 Justificación del Trabajo

Indagar y evaluar estos conceptos permitirá a un mayor número de potenciales inversores actuar con mayor información y sustento financiero y aprovechar oportunidades de inversión y rendimiento en cripto activos, generando un mayor flujo de capitales hacia las criptomonedas junto a incrementos en los volúmenes de capitalización de mercado y de transacciones que fortalezcan el sistema y lo vuelvan aún más confiable.

Se trabaja sobre el supuesto de la futura aceptación y legislación del uso de este tipo de activos en los mercados financieros mundiales, por lo que lo descrito anteriormente sería beneficioso para el público en general y sobre todo para los usuarios y participantes de este mercado financiero.

Además, este estudio busca dar visibilidad a un tema poco abordado por estudios formales para estimular su estudio. Permitirá evaluar también la

efectividad de las herramientas utilizadas para obtener los resultados y buscar mejores alternativas o aplicaciones para futuros ensayos.

3.3 Objetivos del Trabajo

Objetivo General: Evaluar modelos financieros y econométricos utilizados en el mercado bursátil tradicional (CAPM y modelos derivados de la Metodología Box-Jenkins) como herramientas que permitan comprender el comportamiento de las criptomonedas, sus rendimientos y volatilidades, y predecir y pronosticar sus valores.

Objetivos Específicos:

- Determinar criptomonedas participantes en el estudio en base a criterios objetivos y lógicos (niveles de rendimiento mínimos, volatilidad máxima esperada, capitalización de mercado, etc.).
- Formar opciones de carteras de inversiones comparables con el índice bursátil S&P 500.
- Simular escenarios de rendimientos y volatilidades para las carteras de inversión y el índice bursátil.
- Elaborar modelos predictivos del comportamiento de las criptomonedas.
- Evaluar y comparar los modelos obtenidos.

3.4 Metodología

El presente proyecto de investigación se llevará a cabo con un enfoque cuantitativo de alcance descriptivo, teniendo en cuenta que como parte del proyecto se estudiarán las características financieras y económicas de las criptomonedas y su comportamiento en relación al índice S&P500 y se buscará predecir sus valores futuros, pero el objetivo principal es evaluar los modelos financieros y económicos utilizados y su conveniencia en el uso.

Con respecto al diseño, al no manipular las variables estudiadas y únicamente observar, evaluar y comparar su comportamiento, se considera un estudio no experimental. Además, los datos base a utilizar forman parte de una serie de tiempo de precios históricos de activos específicos seleccionados, por lo que el proyecto será realizado en base a un diseño longitudinal panel, en el que se toman registro de los valores de las variables en diferentes momentos temporales sobre la misma población.

En cuanto a la selección de candidatos para formar las carteras de inversión, se trata de una selección dirigida basada en el valor de capitalización de mercado de cada criptomoneda relativo al total del mercado general, siendo elegidos los 17 proyectos de mayor capitalización. Dentro de esta primera selección, se formarán cartera teniendo en cuenta, como segundo criterio, la cantidad de datos históricos con los que se cuenta para obtener resultados estadísticamente robustos y confiables.

Continuando con la consideración del período temporal de datos tomados para el estudio, se utilizarán todos los datos disponibles en las bases públicas

seleccionadas como fuentes de datos secundarias (obtenidas en las plataformas digitales de cotización de cripto activos más utilizados en el mercado) debido a la juventud de los activos.

4. Marco Teórico

4.1 Modelo de Markowitz y Capital Asset Pricing Model (CAPM)

La literatura de gestión de carteras de inversión hace mucho hincapié en el manejo adecuado del riesgo a través de la diversificación y la selección de activos de mejor rendimiento con menor riesgo. La rentabilidad o rendimiento hace referencia a la capacidad de generar rendimientos, aunque en las inversiones los rendimientos futuros no son seguros. Aquí es donde entra el concepto de riesgo. El riesgo representa la incertidumbre en la evolución de los precios y las rentabilidades de los activos en los que se invierte. Por esto es que se desarrollan modelos e indicadores que buscan evaluar, predecir, comparar o calcular los niveles esperados de rentabilidad y de riesgo en los activos estudiados.

Ante mayor riesgo, mayor será la rentabilidad exigida o esperada. Esto es lo que nos indica la teoría y el sentido común en muchos casos. Es muy importante tener siempre presente esta declaración porque marcará el horizonte y las expectativas del inversor y permitirá evaluar la aversión al riesgo del mismo, así como los activos adecuados que deberían formar parte de su cartera para obtener los mejores rendimientos cumpliendo con su tolerancia económica-financiera y psicológica.

En línea con lo anterior, la Teoría de Cartera de Markowitz y el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) son referencia en el área financiera del conocimiento y de la gestión de carteras de inversión. El modelo CAPM, introducido por Sharpe, Litner y Black, investiga el riesgo sistemático y el rendimiento en un mercado competitivo y surge como continuación del aporte de Markowitz. Como todo modelo, tiene tanto fortalezas y debilidades como supuestos subyacentes.

Para entrar en un mayor detalle, Markowitz plantea que el proceso de formación de la cartera óptima se da en cuatro etapas:

1. Determinación del conjunto de posibilidades de inversión que ofrece el mercado (conjunto viable).

Se analizan los N activos de riesgo y las carteras posibles a formar en el mercado, estimando su rentabilidad esperada, varianzas y covarianzas entre los rendimientos de cada par de posibles activos financieros.

Con dos títulos con correlación intermedia las combinaciones se sitúan sobre una hipérbola dibujada entre tales cotas, cuya curvatura es mayor cuanto menor es la correlación entre los rendimientos de los dos activos.

Con N activos financieros y correlación intermedia se forma una región que llamamos conjunto viable.

2. Determinación del conjunto o frontera eficiente. Cartera eficiente es aquella que cumple dos condiciones:

Para su nivel de rendimiento esperado, no existe ninguna otra cartera que tenga un riesgo más bajo.

Para el riesgo que conlleva, no existe otra oportunidad de inversión que permita obtener un rendimiento esperado mayor, es decir, proporciona la máxima rentabilidad esperada posible para su nivel de riesgo.

En cualquier otro caso se considera la cartera ineficiente. La cartera eficiente de menor riesgo es la cartera de mínima varianza (CMV) y la frontera eficiente empieza en la CMV.

3. Especificación de las preferencias del inversor

Las curvas de indiferencia son crecientes y convexas. La forma específica dependerá del grado de aversión al riesgo del inversor.

Una curva de indiferencia o isoutilidad es la representación gráfica de todas las combinaciones rendimiento esperado-riesgo que proporcionan al inversor la misma utilidad esperada y que le son indiferentes.

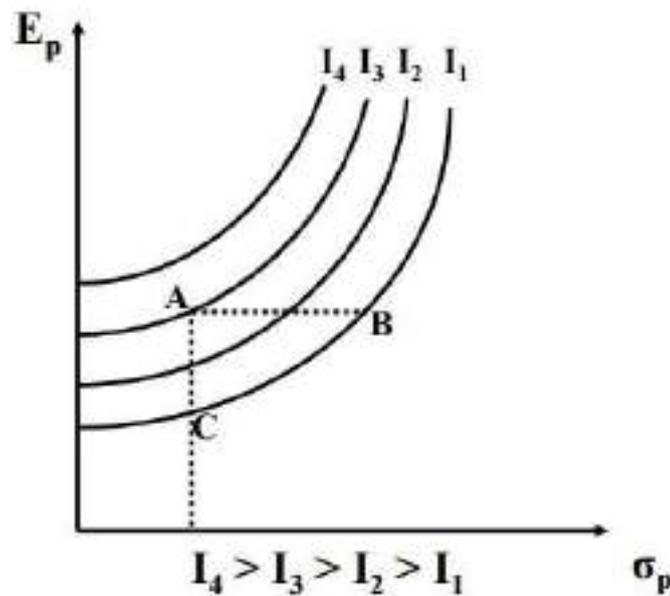


Gráfico 1: Curvas de Isoutilidades de Markowitz

4. Determinación de la cartera óptima

La cartera óptima se encuentra en el punto de tangencia entre la frontera eficiente y una curva de isoutilidad. La cartera O es la que proporciona mayor utilidad posible al situarse en la curva de indiferencia más elevada.

Es única para cada inversor porque depende:

- De las estimaciones individuales sobre los títulos (frontera eficiente).
- Del grado de aversión al riesgo (curvas de indiferencia).

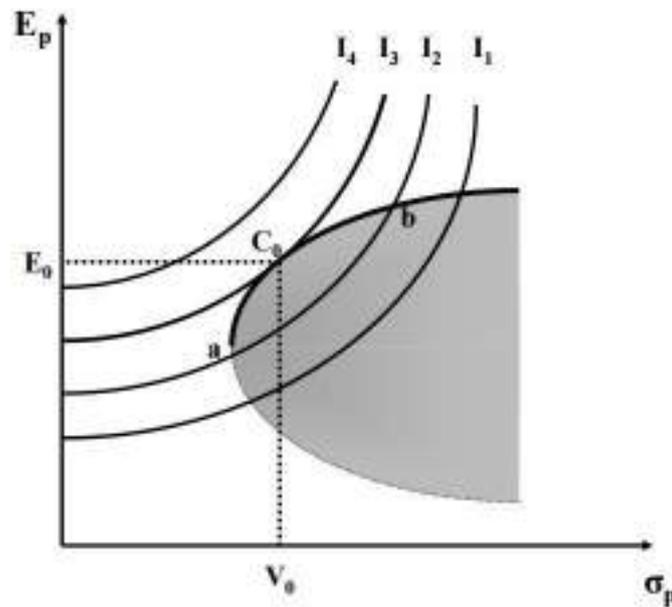


Gráfico 2: Frontera Eficiente de Markowitz

El modelo de Markowitz establece como supuestos:

- La rentabilidad de una cartera viene dada por su esperanza matemática o media.
- El riesgo de una cartera se mide a través de la volatilidad (según la varianza o desviación típica, teniendo en cuenta el riesgo total=riesgo sistemático + no sistemático).
- El inversor siempre prefiere la cartera con mayor rentabilidad y menor riesgo.
- Las funciones de utilidad de los inversores son monótonas crecientes por lo que para cartera de valores con una misma varianza se prefiere la cartera de mayor rendimiento esperado.
- Los mercados financieros son perfectos:
- Toda la información está igualmente disponible y de forma gratuita para todos los participantes en los mercados.
- No existen costes de transacción en las operaciones de compraventa de los activos financieros
- Los títulos son infinitamente divisibles. Es posible invertir en ellos cualquier proporción del presupuesto.
- No hay inflación ni impuestos en la economía.
- Los inversores son precio-aceptantes.
- Todos los inversores tienen la misma amplitud en su horizonte de planificación, que es de un período. Al principio del período, adquieren una cartera de valores determinada que venden al final del período en cuestión.
- En los mercados financieros se negocian N activos financieros arriesgados y sus combinaciones. No se contempla la existencia de un activo financiero libre de riesgo en el que poder invertir o con el que poder financiarse.
- Los valores tienen liquidez inmediata al final del período de referencia.

- No se permiten ventas en descubiertos.

El conjunto de carteras eficientes puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

Donde:

- X_i : es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero
- i : activo financiero i .
- $\sigma^2(R_p)$: varianza de la cartera p .
- σ_{ij} : covarianza entre los rendimientos de los activos i y j .
- $E(R_p)$: rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p .

El conjunto de pares $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$ o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras eficientes es denominado «frontera eficiente». Una vez conocida ésta, el inversor, de acuerdo con sus preferencias, elegirá su cartera óptima.

Sin embargo, algunas de las desventajas que tiene el modelo de Markowitz son las siguientes:

- Complejidad matemática del modelo: inicialmente se planteó que el algoritmo de resolución era complejo y que el elevado número de estimaciones de rentabilidades esperadas, varianzas y covarianzas a calcular era muy elevado, aunque vale destacar que hoy en día con el hardware y software adecuado se simplifica mucho la resolución del mismo.
- Hipótesis del modelo: el modelo de Markowitz no tiene en cuenta los costes de transacción ni los impuestos y además considera la perfecta divisibilidad de los títulos seleccionados. Estas desventajas pueden solucionarse introduciendo nuevas restricciones al modelo.
- Evaluación del riesgo: el modelo no dispone de ninguna herramienta para que el inversor valore su actitud ante el riesgo y deduzca su función de utilidad lo cual es necesario para determinar su cartera óptima.
- Datos utilizados: Michaud (1989) considera que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, produce sesgos importantes. Por ello los portafolios eficientes resultantes en el modelo se componen con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos, de lo que resultan portafolios

altamente concentrados en unos pocos títulos (baja diversificación y alto riesgo). Sin embargo, esta dificultad se puede solucionar introduciendo restricciones adicionales que limiten el porcentaje máximo de los recursos que van a ser invertidos en cada título.

El modelo de Markowitz se considera el punto de partida de la teoría moderna sobre selección de carteras, su planteamiento y posteriores aportaciones y evoluciones resultan sin duda de los grandes avances de la teoría económica en el Siglo XX, sin embargo, su utilización práctica por los gestores y analistas de inversión ha sido relativamente escasa en comparación con su relevancia teórica.

Markowitz demuestra en sus estudios que la clave para diversificar una cartera no está simplemente en el número de acciones que la componen, sino en la correlación de las rentabilidades de las mismas. Si la correlación es elevada no se podrá diversificar. Por el contrario, si la correlación es baja se podrá diversificar y el riesgo será mucho menor.

Tomando como base el modelo de Markowitz, William Sharpe, pupilo del anterior, establece que el riesgo de un activo se compone de dos elementos claves para su análisis: el riesgo específico o diversificable y el riesgo sistemático. El riesgo específico de un activo es una parte del total de riesgo de dicho activo que viene dado por las características específicas del activo sin verse influenciado por las variaciones del mercado. Dicho riesgo, como su propio nombre indica, es diversificable incorporando más activos en la cartera que se esté gestionando. Por otro lado, el riesgo sistemático de un activo, es la otra parte del riesgo total de dicho activo que se ve influenciado/afectado por las fluctuaciones del mercado, es decir, por las variables macroeconómicas.

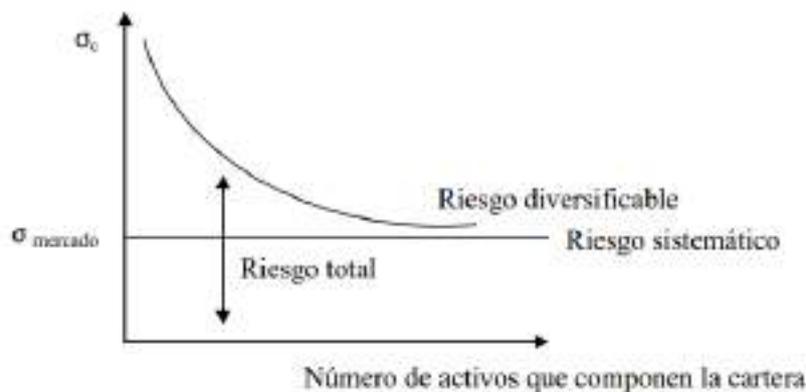


Gráfico 3: Diferencia entre riesgo específico y riesgo sistemático

Dicho esto, según Sharpe, siguiendo los estudios de su antecesor, el rendimiento esperado de cualquier título financiero ha de estar condicionado a un factor del mercado, es decir, a algún índice de la actividad económica.

La relación de un activo con el factor a estudiar es una relación lineal y, si se tomase como factor un índice que mide la rentabilidad del mercado (R_M), entonces el modelo de mercado propuesto por William Sharpe quedaría:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i * R_M + \varepsilon_i$$

Donde R_i y R_M son los rendimientos esperados y conocidos (puesto que se calculan a posteriori) del título y del mercado respectivamente; alfa (α_i) indica cuál el rendimiento medio del título cuando el rendimiento de mercado es igual a cero, es decir, constante; beta (β_i) es un indicador de la volatilidad del título como consecuencia de las variaciones del mercado; y, épsilon (ε_i) es la perturbación aleatoria, variable necesaria para equilibrar cualquier modelo econométrico ya que es imposible tener en cuenta siempre todas las variables que afecten al objeto de estudio, en este caso, la rentabilidad esperada de cualquier activo financiero.

Así se llega al modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) en base a los estudios de William Sharpe (1964) y simultáneamente los análisis y trabajos realizados por Treynor (1961), Lintner (1965), y Mossin (1966).

La teoría de carteras de Markowitz supone que el inversor elige su cartera según la frontera de inversiones eficientes debido a sus expectativas sobre la rentabilidad esperada y el riesgo del activo. Sin embargo, el CAPM estudia cómo los inversores determinan los beneficios esperados - y así los precios de los activos - como una función del riesgo. El CAPM analiza si en el mercado se alcanzan precios de equilibrio.

Incorporando la premisa de la eficiencia de los mercados como se ha señalado anteriormente, se dice que un mercado es eficiente cuando todos los competidores que juegan en la economía, guiados por la premisa de maximizar su riqueza obteniendo la máxima rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de un activo financiero constituye una buena estimación de su precio teórico dado por el valor actual de todos los flujos de caja futuros.

En equilibrio, por tanto, la rentabilidad esperada de un activo viene determinado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * (R_M - R_f)$$

Donde R_i es la tasa del activo libre de riesgo, tasa a la que el mercado está dispuesto a remunerarte dependiendo de las condiciones del mismo; $(R_M - R_f)$ es la prima de riesgo del mercado, es decir, la rentabilidad adicional que se proporciona al inversor como consecuencia de asumir un cierto riesgo; y, por último, β_i determina, como se ha señalado anteriormente, la volatilidad del título con respecto a las variaciones del mercado.

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

Que la beta sea igual a cero quiere decir que la covarianza del activo con respecto al mercado es cero. Esto ocurriría con el activo libre de riesgo, por ejemplo. Si, la beta se encuentra entre cero y uno, es decir, $0 < \beta < 1$, se trataría

de un activo defensivo ya que es menos arriesgado que el mercado. Cuando el mercado sube, el activo lo hace con menor intensidad, y viceversa. Para la cartera de mercado la beta es igual a la unidad ($\beta = 1$). Se pueden encontrar también títulos agresivos, es decir, una beta superior a uno ($\beta > 1$) que quiere decir que el título se comporta de una manera más agresiva que el mercado, es decir, cuando el mercado sube el activo lo hace en mayor proporción y viceversa. Por último, una beta menor que cero ($\beta < 0$), es decir, que su covarianza es negativa, se refiere a los títulos cuya correlación con el mercado es inversa. Se trata de activos refugio como por ejemplo el Oro.

Por lo general, las betas de los activos son calculadas con información previa de los rendimientos de los activos de 6 a 18 meses como mínimo, aunque puede llegar en algunos casos a décadas de datos. Mientras mas robusta sea la base de datos que se utilice, mejor será la estimación y los resultados del modelo. Por otro lado, la beta de una cartera es calculada en relación a la ponderación de los activos participantes en el portfolio y sus respectivas betas.

Representando la ecuación del CAPM en un gráfico se obtendría la Línea de Mercado de Títulos (LMT) o Securities Market Line (SML) en su traducción al inglés. La LMT nos indica todos los títulos o carteras bien valoradas en función de su nivel de riesgo beta, es decir, que su precio se encuentre en equilibrio ya sean estos eficientes o no ya que la eficiencia viene dada por el riesgo total del activo o cartera a estudiar.

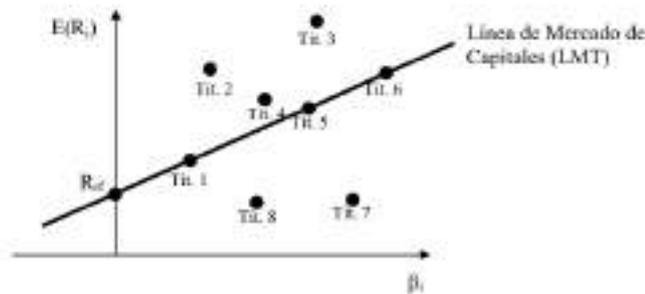


Gráfico 4: Línea de Mercado de Capitales (LMT)

La LMT es una recta de regresión que mide la dispersión de los títulos (diferentes rentabilidades en diferentes niveles de riesgo) y los normaliza en relación a un valor que se utilizará como referencia para identificar qué valores tienen un mayor retorno que la media (Beta). El inversor buscará rendimientos superiores a los de la LMT.

Analizando el gráfico se puede observar que los títulos 1, 5 y 6 se encuentran en equilibrio, es decir, están bien valorados por el mercado. Los títulos 2, 3, y 4 se sitúan por encima de la LMT y por tanto están infravalorados por el mercado (son títulos en los que es conveniente invertir ya que están baratos, combinándolos de manera adecuada para conseguir una cartera eficiente). Y por último, los títulos 8 y 7, son títulos sobrevalorados por el mercado y por tanto habría que dejar pasar algo más de tiempo a ver si el precio se corrige para poder invertir en ellos.

Entre las críticas que han surgido con respecto al CAPM, a pesar de ser un modelo ampliamente utilizado en el mercado hace décadas, se pueden destacar:

- No está claro que la beta explique de manera correcta, tanto a corto plazo como a largo plazo, las variaciones de las rentabilidades de los activos de forma precisa. Esto es estudiado por los profesores Fama y French.
- Se asume que los inversores consideran únicamente la varianza y desviación estándar de los activos para tomar sus decisiones de inversión, cuando no es tan escueto el proceso de decisión real.
- No se incorpora una medida de correlación entre activos, aunque si con respecto al mercado de referencia.
- La asunción de horizonte de inversión idéntico para todos los inversores es poco sustentable.
- Los bancos no otorgan préstamos al mismo costo que los t-bill, por ejemplo, porque incurrir en el riesgo de prestar dinero a individuos fuera del gobierno estatal, por lo que el supuesto de una tasa libre de riesgo es cuestionable.
- No incorpora los costos de comisiones e impuestos en el modelo.
- Asume que absolutamente todos los inversores llegan a idénticos resultados matemáticos necesarios para completar los modelos.
- Se considera que todos los inversores cuentan con portfolios eficientes y óptimos.

Realizando un análisis holístico del modelo, teniendo en cuenta tanto su utilidad teórica como práctica a lo largo de la historia económica y financiera, se puede concluir que es un modelo que vale la pena testear como posible herramienta de soporte para la formación de carteras de inversión constituidas por criptomonedas.

4.2 Optimización Dinámica y Simulación Montecarlo

Como complemento a los modelos e indicadores financieros, se utilizan técnicas y métodos cuantitativos para obtener mayor información y reducir la incertidumbre (y por ende el riesgo) en la toma de decisiones. Uno de estos métodos es el de la simulación. Simular es intentar duplicar las condiciones, el aspecto y las características de un sistema real. La idea detrás de la simulación es imitar una situación del mundo real en forma matemática para, después, estudiar sus propiedades y características de funcionamiento y, finalmente, obtener conclusiones y tomar decisiones acerca de las acciones a tomar con base en los resultados de la simulación.

La simulación permite formular preguntas del tipo ¿qué pasaría si...? sin interferir o intervenir en el mundo real, lo cual es muy beneficioso en el caso de las inversiones financieras porque permite evaluar la situación momentos previos a poner en riesgo real el capital, realizando una “compresión del tiempo”. Si bien la simulación permite incluir complicaciones del mundo real, siempre se debe tener en presente que simplemente es eso, una simulación, y que muchos factores de la realidad no pueden ser controlados ni incorporados en los modelos.

Otra ventaja de la simulación es que se pueden utilizar cualquier distribución de probabilidad que los usuarios o investigadores decidan para las variables bajo estudio, ya que no requiere una distribución específica.

Algunas de las desventajas de la simulación que vale la pena destacar son:

- A menudo desarrollar un modelo complejo de simulación requiere un proceso largo y complejo de planteamiento.
- La simulación no genera soluciones óptimas a los problemas, si no que es un enfoque de prueba y error que puede producir soluciones diferentes de una corrida a otra.
- Cada modelo de simulación es único. Sus soluciones e inferencias no suelen ser transferibles a otros problemas.

Uno de los métodos de simulación más utilizados es la Simulación Montecarlo, utilizado cuando un sistema contiene elementos que muestran distintas posibilidades en su comportamiento.

La idea básica de su funcionamiento es generar valores de las variables que componen el modelo bajo estudio. Las variables que son probabilísticas y susceptibles a ser simuladas pueden ser discretas, y deben obtener valores enteros, o continuas.

La base este método es la experimentación con los elementos estocásticos a través de un muestreo aleatorio. Para esto se sigue una serie de pasos:

1. Establecer distribuciones de probabilidad para las variables de entrada importantes. Una forma común de establecer una distribución de probabilidad para una variable dada es examinar los resultados históricos. La probabilidad o frecuencia relativa de cada resultado posible de una variable se obtiene dividiendo la frecuencia de observación entre el número total de observaciones. Estos datos se pueden convertir en una distribución de probabilidad. Las distribuciones pueden ser empíricas o estar basadas en los patrones comúnmente conocidos (normales, binomiales, Poisson, exponenciales, Laplace, t-Student, etc.).
2. Construir una distribución de probabilidad acumulada para cada variable del paso 1: Una probabilidad acumulada es la probabilidad de que una variable sea menor o igual que un valor específico.
3. Establecer un intervalo de números aleatorios para cada variable: se deben asignar un conjunto de números para representar a cada valor o resultado posible. Luego, se crean los intervalos de números aleatorios para cada nivel teniendo en cuenta los extremos superiores e inferiores de cada intervalo de la distribución de probabilidad acumulada (porcentaje de probabilidad acumulado) que se calculó previamente.
4. Generar números aleatorios: Este proceso puede ser manual o computarizado, dependiendo el tamaño del problema bajo estudio.
5. Simular una serie de ensayos: A partir de los números aleatorios generados se generan los valores de las variables del problema y se obtiene el resultado final de la simulación.

A partir de la simulación, se puede realizar un proceso de Optimización Dinámica que busca encontrar la combinación de entradas (en el caso de cartera de inversión serán los pesos relativos de las inversiones realizadas) que permitan el mejor resultado posible (mayor rendimiento con el menor riesgo asociado) satisfaciendo ciertas condiciones preespecificadas (restricciones) y teniendo en cuenta la evolución del sistema en el tiempo. Se le llama Dinámica porque es un proceso que comienza con la Simulación Montecarlo para obtener un resultado

similar a lo esperado en la realidad (a través de un proceso iterativo, dinámico), y, una vez obtenido ese producto, se lo incorpora en un modelo de Optimización para alcanzar la mejor combinación de decisiones posible en las circunstancias resultantes.

En concreto, la optimización dinámica, es una variante de la programación lineal y busca generar una solución para varios escenarios que se pueden establecer bajo una condición probabilística. Una optimización estocástica debe considerar:

- Una serie de variables o decisiones que hay que tomar.
- Una serie de restricciones que limitan esas decisiones.
- Una función objetivo o un criterio a optimizar.

La programación lineal es un modelo matemático que establece que dado un conjunto de inecuaciones lineales en dos variables, llamadas restricciones, $E_1(x,y) \geq 0$, $E_2(x,y) \geq 0$, ..., $E_n(x,y) \geq 0$, donde las inecuaciones pueden tener cualquier signo de comparación $<$, \leq , $>$, \geq , y dada una función lineal en dos variables $F(x,y)$, llamada función objetivo, se denomina un problema de programación lineal a aquel que consiste en optimizar la función F entre el conjunto de puntos (x,y) que cumplen todas las inecuaciones. A dicho conjunto se le denomina región factible.

Eso de optimizar la función en un conjunto no es, ni más ni menos, sino hallar aquel punto (x,y) que satisface todas las inecuaciones y hace que la función F sea lo mayor posible o lo menor posible, según lo requiera el problema.

4.3 Metodología Box-Jenkins

Por último, la utilización de modelos econométricos para el estudio de relaciones económicas brinda valiosa información de respaldo y confirmación de aquello obtenido en otros modelos, métodos y herramientas para la toma de decisiones. Es por esto que se trabajará con un modelo ARIMA que intente predecir el rendimiento de la cartera de inversión. ARIMA es un modelo de pronóstico que surge del aporte de G.P.E. Box y G.M. Jenkins y cuyo interés se encuentra en el análisis de las propiedades probabilísticas de las series de tiempo económicas por sí mismas según la filosofía de que los datos hablen por sí mismos. En los modelos de series de tiempo de la metodología Box-Jenkins, como ARIMA, la variable dependiente se explica por valores pasados o rezagados de sí misma y por los términos de error estocásticos. El modelo ARIMA(p,d,q) es un modelo de series de tiempo autorregresivas (AR) integradas (I) de promedios móviles (MA), y, como todo modelo, consta de una serie de pasos a llevar a cabo para poder lograr el objetivo final:

1. Identificación del modelo: Es decir, encontrar los valores apropiados de p , d y q . Para esto, se utilizan el correlograma y correlograma parcial.
2. Estimación de parámetros del método elegido: Este paso suele hacerse con herramientas computacionales y paquetes estadísticos para simplificar el desarrollo matemático de la estimación.
3. Examen de diagnóstico: Después de seleccionar el modelo ARIMA y de estimar sus parámetros, se busca probar que el modelo se ajuste a los datos de forma razonablemente buena, ya que puede existir otro modelo

ARIMA que también lo haga o incluso sea mejor. Una prueba muy utilizada es el análisis de los residuos estimados y si representan o no un efecto de “ruido blanco”.

Se dan dos casos en este punto. Si los residuos no son de ruido blanco, se debe regresar al Paso 1 y repetir el proceso hasta encontrar un modelo que se ajuste correctamente a los datos (proceso iterativo). En caso de que los residuos sean de ruido blanco, se procede al pronóstico de los valores de las variables del modelo.

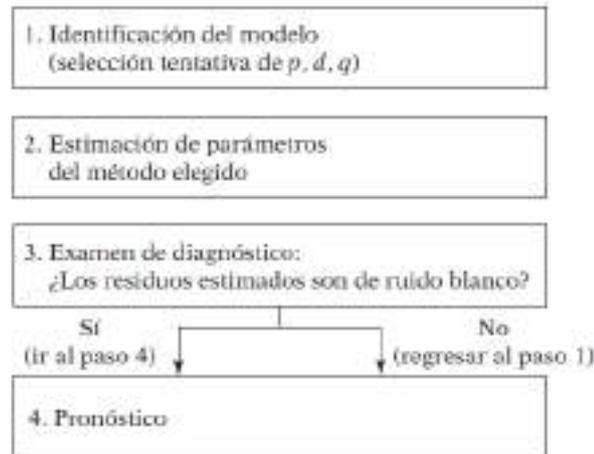


Gráfico 5: Pasos en el proceso de modelado ARIMA.

Entrando en mayor detalle, los modelos ARIMA (p, d, q) están formados por componentes Autorregresivos (AR, p), Integrados (I, d) y de Medias Móviles (MA, q).

Proceso Autorregresivo (AR): Se dice que una serie de tiempo sigue un proceso autorregresivo de orden p, AR (p) cuando el valor de Y en el tiempo t depende de su valor en el periodo anterior y de un término aleatorio. Los valores de Y están expresados como desviaciones de su valor medio. En otras palabras, este modelo dice que el valor de pronóstico de Y en el periodo t es simplemente alguna proporción de su valor en el período (t-1) más un “choque” o perturbación en el tiempo t. En forma general, se expresa como:

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + \dots + \alpha_p(Y_{t-p} - \delta) + u_t$$

Donde:

- δ es la media de Y.
- u_t es un término de error aleatorio no correlacionado con media cero y varianza constante (es decir, ruido blanco).
- $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ son constantes.
- Y_t es el valor de la serie en el tiempo t.

Integrado (I): Este termino hace referencia a la/s diferenciación/es a las que se somete la serie de tiempo para poder transformarla en una serie estacionaria sobre la que pueda aplicarse el modelo econométrico.

Proceso de Medias Móviles (MA): Se dice que una serie de tiempo sigue un proceso de medias móviles de orden q, MA (q), cuando Y en el periodo t es igual a una constante más un promedio móvil de los términos de error presente y pasado. Un proceso de promedios móviles es una combinación lineal de términos de error de ruido blanco. De forma general esto se expresa como:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \dots + \beta_q u_{t-q}$$

Donde:

- μ es una constante.
- U_t es el término de error estocástico de ruido blanco en el tiempo t.
- Y_t es el valor de la serie en el tiempo t.
- β_0, \dots, β_q son parámetros del modelo.

Si debemos diferenciar una serie de tiempo d veces para hacerla estacionaria y luego aplicarle el modelo ARMA (p,q), decimos que la serie de tiempo original es ARIMA(p,d,q), es decir, una serie de tiempo autorregresiva integrada de promedios móviles, donde p denota el número de términos autorregresivos, d el número de veces que la serie debe diferenciarse para hacerse estacionaria y q el número de términos de promedios móviles.

El objetivo de la Metodología Box-Jenkins es identificar y estimar un modelo estadístico que se interprete como generador de los datos muestrales. Entonces, si se va a pronosticar con este modelo estimado, debe suponerse que sus características son constantes a través del tiempo y, en particular, en periodos futuros. Así, la sencilla razón para requerir datos estacionarios es que todo modelo que se infiera a partir de estos datos pueda interpretarse como estacionario o estable en sí mismo, y proporcione, por consiguiente, una base válida para pronosticar.

Las herramientas principales en la identificación son la función de autocorrelación (ACF), la función de autocorrelación parcial (PACF) y los correlogramas resultantes, que son simplemente los gráficos de ACF y de PACF respecto de la longitud del rezago.

La autocorrelación parcial ρ_{kk} mide la correlación entre observaciones (series de tiempo) separadas k periodos y mantiene constantes las correlaciones en los rezagos intermedios (es decir, rezagos menores de k). En otras palabras, la autocorrelación parcial es la correlación entre Y_t y Y_{t-k} después de eliminar el efecto de las Y intermedias.

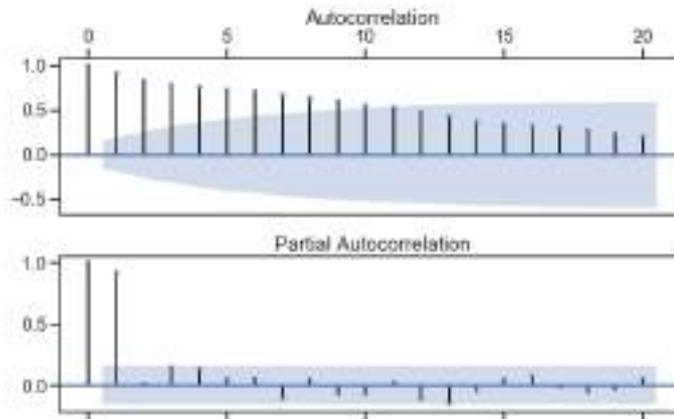


Gráfico 6: Ejemplo de gráficas PACF y ACF

Por último, dos variantes más de modelos de pronóstico surgidos de la Metodología BJ son los modelos ARCH o de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva y GARCH o Condicional Autorregresivo Generalizado con Heteroscedasticidad. Estos modelos se utilizan cuando se presenta acumulación de la volatilidad, es decir, existen lapsos de tiempo en los que la varianza no es constante y se modifica a través del tiempo. Buscan comprender si existe un proceso de autocorrelación con respecto a los errores pasados de la serie y, además, influencia de la varianza condicional de los valores pasados de la serie. Estos modelos se expresan de la siguiente manera:

ARCH:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m y_{t-n}^2} = \varepsilon_t \sigma_t$$

Donde:

- y_t, \dots, y_n : valores de la serie de tiempo en los momentos $t, \dots, t-n$.
- ε_t : ruido blanco de la serie.
- $\alpha_0, \dots, \alpha_m$: valores constantes del modelo.
- σ_t : desviación estándar o volatilidad de la serie de tiempo en el tiempo t .

Si se analiza a profundidad, se puede notar que la desviación estándar de la serie de tiempo en el tiempo t se ve influenciada por los valores de la serie de tiempo en los tiempos $t-1, \dots, t-n$. De esta manera, el valor de la serie de tiempo en el tiempo t se encuentra afectada tanto por el error aleatorio en el tiempo t y por la volatilidad en el tiempo t , la cual está afectada por los valores de la serie de tiempo en los tiempos $t-1, \dots, t-n$, como dijimos anteriormente.

GARCH:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m y_{t-n}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_k \sigma_{t-k}^2} = \varepsilon_t \sigma_t$$

Donde:

- y_t, \dots, y_n : valores de la serie de tiempo en los momentos $t, \dots, t-n$.
- ε_t : ruido blanco de la serie.
- $\alpha_0, \dots, \alpha_m$: valores constantes del modelo.
- β_1, \dots, β_k : valores constantes del modelo.

- $\sigma_t, \dots, \sigma_{t-k}$: desviación estándar o volatilidad de la serie de tiempo en los momentos de tiempo $t, \dots, t-k$.

Nuevamente, al analizar los componentes del modelo, podemos notar que el valor de la serie de tiempo en el tiempo t se ve afectada por el error aleatorio en el momento t , por los valores de la serie en los momentos $t-1, \dots, t-n$, y por los valores de la volatilidad de la serie en los momentos $t-1, \dots, t-k$.

El modelo GARCH permite suavizar el efecto llamado “Bursty” o “explosivo” que genera el incremento de la volatilidad de un momento a otro, en el cual el modelo ARCH es menos adecuado para traducirlo de forma suavizada en los valores de la serie de tiempo. De esta forma, GARCH genera valores de la serie menos extremos y más constantes en los momentos de incremento o disminución de la volatilidad. Explicado de otra forma, el modelo GARCH insinúa que, si en los valores pasados de la serie se produjo una alta volatilidad, es de esperar que en los valores futuros también se mantenga esa volatilidad, mientras que en periodos de baja volatilidad también se esperará valores bajos de volatilidad.

Como resultado de la combinación de estos modelos, métodos y herramientas, se espera llegar a cumplir con los objetivos generales y específicos planteados en este trabajo de investigación, ajustándose a los supuestos, restricciones, ventajas y desventajas en el uso y la combinación de cada uno de ellos, así como a las pruebas necesarias correspondientes para la confirmación de resultados.

4.4 Blockchain y Criptomonedas

La blockchain o cadena de bloques es una base de datos distribuida. Esta consiste en una especie de registro de transacciones donde la información no se almacena en un único ordenador, sino en múltiples terminales conectados entre sí a través de Internet.

En otras palabras, se trata de una especie de libro de contabilidad al que pueden acceder todas las personas que lo utilizan, que son quienes registran y validan los datos. Este proceso de validación se basa en el consenso: dado que la totalidad de los integrantes de la red posee la misma información, todos consideran que es verídica.

El sistema empleado hace posible que los datos se registren en bloques de información y se entrelacen, con el fin de facilitar su recuperación y verificación. Para ello, cada uno de los bloques pertenecientes a la blockchain contiene información exacta sobre todas las transacciones realizadas, direcciones criptográficas del bloque anterior y un número aleatorio único.

Otra característica es que la información no puede borrarse, y únicamente puede actualizarse a partir del consenso de la mayoría de las personas que participan en el sistema, o bien ampliarse con la incorporación de nuevos registros. Por lo tanto, la blockchain posibilita las transferencias sin necesidad de un intermediario que compruebe y valide la información.

Inicialmente, la tecnología blockchain fue creada para utilizarse como sustento de las primeras criptomonedas. Sin embargo, la comunidad tecnológica está encontrando otros usos para la blockchain, entre los que se destacan la

ejecución de contratos inteligentes, los cuales abren el mundo de los criptoactivos al uso comunitario y universal. Algunos ámbitos en los que actualmente se usa esta tecnología son: Industria alimentaria, logística, turismo, seguros, copyright, registros documentales, redes sociales, y más.

Por su parte, dentro de la tecnología blockchain, llaman la atención las polémicas criptomonedas. Polarizando la opinión sobre la conveniencia en su adopción y uso, las criptomonedas son la cara visible de la tecnología blockchain al ser uno de los primeros activos creados bajo la misma. Las criptomonedas o criptodivisas son considerados medios digitales de intercambio que utilizan criptografía para asegurar las transacciones, controlar la creación de unidades adicionales y verificar la transferencia de activos usando tecnologías de registro distribuido. Existe controversia respecto a que las criptomonedas tienen que ser de control descentralizado o monedas centralizadas por los bancos centrales u otra entidad, dejando a estas entidades y/o bancos centrales sin función ninguna.

El uso de las criptomonedas tiene tanto ventajas como desventajas. Algunos puntos positivos son la reducción de costes de transacciones (ya que no hay intermediarios), la reducción en los tiempos de validación y transferencia de valor, la transparencia en el sistema de transacciones y la versatilidad y simplificación en el proceso de intercambio de criptomonedas. Sin embargo, en la otra cara de la moneda, se pueden encontrar también aspectos negativos en la utilización de las criptomonedas. Entre estos, los más relevantes son: el desvanecimiento de la privacidad en las tenencias de criptomonedas (producto de las redes públicas), la falta de garantías y medios de prevención de pérdidas por fraudes o fallas humanas en el proceso de transferencia de criptomonedas, alta volatilidad en el valor de las mismas, entre otras.

4.5 Índice Bursátil Standard & Poor's 500

Otro componente del presente proyecto a tener en cuenta es el Índice de Mercado S&P500, creado y mantenido por la empresa Dow Jones Indexes, LLC. Este Índice es considerado el más representativo de la situación real del mercado de acciones de Estados Unidos y marcador de tendencias de la economía norteamericana por la diversidad de rubros que lo conforman y por la metodología de su ponderación.

El S&P 500 se basa en la capitalización bursátil de 500 grandes empresas que poseen acciones que cotizan en las bolsas NYSE o NASDAQ. En este índice se encuentran contenido aproximadamente el 80% de la capitalización de mercado de EEUU, por lo que es un prospecto muy valioso a la hora de utilizar para comparaciones y como referencia con respecto a mercado accionarios o similares extranjeros.

5. Aplicación y Resultados

5.1 Modelo CAPM

Para trabajar con el modelo CAPM se necesitan los valores de 3 elementos:

- r_f : tasa libre de riesgo.
- r_m : tasa promedio de mercado.
- β_i : beta del activo.

Por tasa libre de riesgo se entiende a aquella alternativa de inversión en la cual el inversor no asume ningún riesgo. En la práctica esto es irreal. Sin embargo, a fines académicos y de análisis financiero se suelen utilizar los rendimientos ofrecidos por el tesoro americano, ya que son una fuente de garantía extremadamente confiable en el mercado internacional en cuanto al pago de intereses. En este proyecto se utilizan como tasa libre de riesgo (r_f) el rendimiento promedio ofrecido por las Letras del Tesoro a 365 días o 52 semanas (52 Weeks Treasury Bill), tomando los datos desde el primer día en el que comienza a cotizar la criptomoneda emblema del mercado, Bitcoin (BTC), el día 29/04/2013.

La tasa promedio obtenida para la tasa libre de riesgo es de 0.87% anual.

Con respecto a la tasa promedio de mercado, en este modelo se la considera como el retorno promedio que se puede obtener invirtiendo en el mercado de referencia o con el que se compara el activo en evaluación. La diferencia entre la tasa promedio de mercado y la tasa libre de riesgo determina la prima de riesgo que el inversor demanda para mantener el portafolio de mercado, es decir, el rendimiento que exige mínimamente para invertir en el mercado y no en activos libres de riesgo. En este proyecto, se utiliza como tasa promedio de mercado (r_m) el rendimiento promedio del índice bursátil S&P 500, tomando sus rendimientos diarios continuos desde el día en el que Bitcoin comienza a cotizar.

El rendimiento promedio obtenido de esta manera es de 19.12% anual.

Por último, para el cálculo de la beta de los activos se utilizaron los rendimientos semanales continuos de cada uno de ellos, comparándolos con el rendimiento semanal continuo del S&P 500. En un principio se intentó trabajar con rendimientos diarios, lo cual fue descartado por el hecho de que el mercado de criptomonedas permanece operativo las 24 horas del día, los 7 días de la semana, aún en días feriados y festivos. Esto provoca la inexistencia de pares de datos comparables para cada día en el que el mercado bursátil tradicional se encuentra cerrado. Este problema fue solucionado tomando los datos de precios del día viernes de cada semana o el día más próximo en caso de no contar con él, y calculando el rendimiento semanal continuo de los activos y del S&P 500 para contar con datos comparables.

Como producto de la aplicación del modelo CAPM se deriva el siguiente recuadro de información en el que se detallan las betas y los rendimientos esperados resultantes de cada criptomoneda:

Activos	Promedio de Retornos Diarios	Promedio de Retornos Semanales	Varianza de los Retornos Semanales	Desviación Estándar de los Retornos Semanales	Beta	E(ri) - CAPM
BTC	0,19%	1,42%	0,01	0,11	0,670749434	13,11%
ETH	0,32%	2,22%	0,03	0,17	1,107074484	21,07%
BNB	0,59%	4,24%	0,10	0,32	1,393005766	26,29%
VET	0,19%	1,30%	0,04	0,19	1,782810437	33,40%
XRP	0,17%	1,30%	0,04	0,20	1,105789996	21,05%
ADA	0,30%	2,06%	0,05	0,22	1,495482029	28,16%
BCH	-0,02%	0,47%	0,04	0,20	0,563495478	11,15%
LTC	0,12%	0,97%	0,03	0,17	0,716172405	13,94%
LINK	0,35%	2,57%	0,04	0,19	1,464706929	27,59%
XLM	0,19%	1,33%	0,04	0,20	1,527396383	28,74%
THETA	0,30%	1,93%	0,03	0,19	1,508701074	28,40%
TRX	0,26%	1,91%	0,06	0,25	1,246751573	23,62%
ETC	0,24%	1,40%	0,04	0,19	1,138941003	21,65%
MATIC	0,71%	5,26%	0,09	0,29	1,067324206	20,34%
DOT	0,69%	4,90%	0,04	0,19	2,238419733	41,71%
UNI	0,72%	5,06%	0,04	0,20	-0,17470011	-2,32%
SOL	0,88%	6,81%	0,04	0,21	1,445503516	27,24%

Tabla 1: Datos de las criptomonedas utilizados en el modelo CAPM

El análisis de esta tabla, sin embargo, debe ser complementada con los gráficos de dispersión resultantes del cruce de datos de los rendimientos del mercado con respecto a las criptomonedas estudiadas para comprender si existe una relación significativa entre ellos.

Bitcoin:

- $y = 0,6707x + 0,0127$
- $R^2 = 0,0183$
- Beta = 0,6707

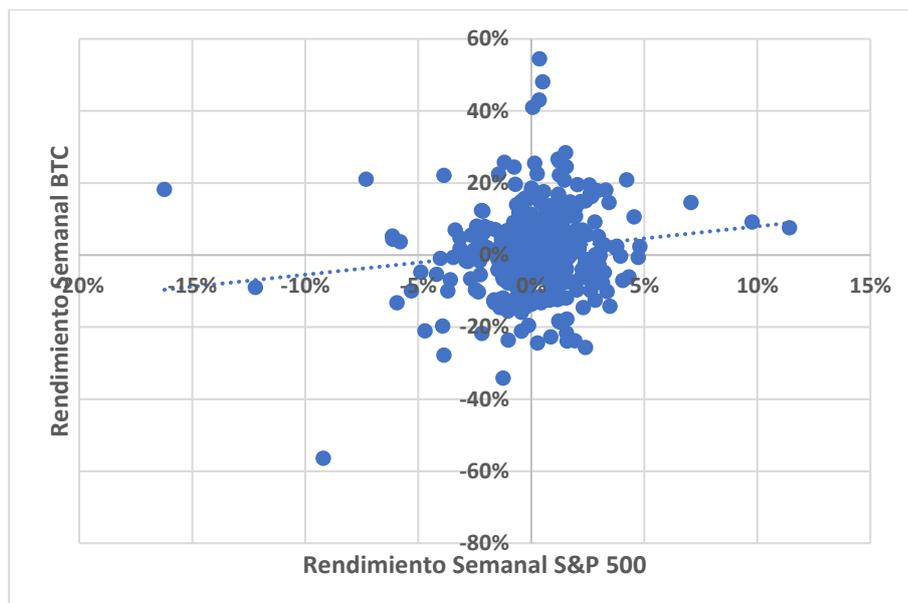


Gráfico 7: Gráfico de dispersión de los rendimientos de BTC comparado con los rendimientos del S&P 500

Ethereum:

- $y = 1,1071x + 0,0196$
- $R^2 = 0,0262$
- Beta = 1,1071

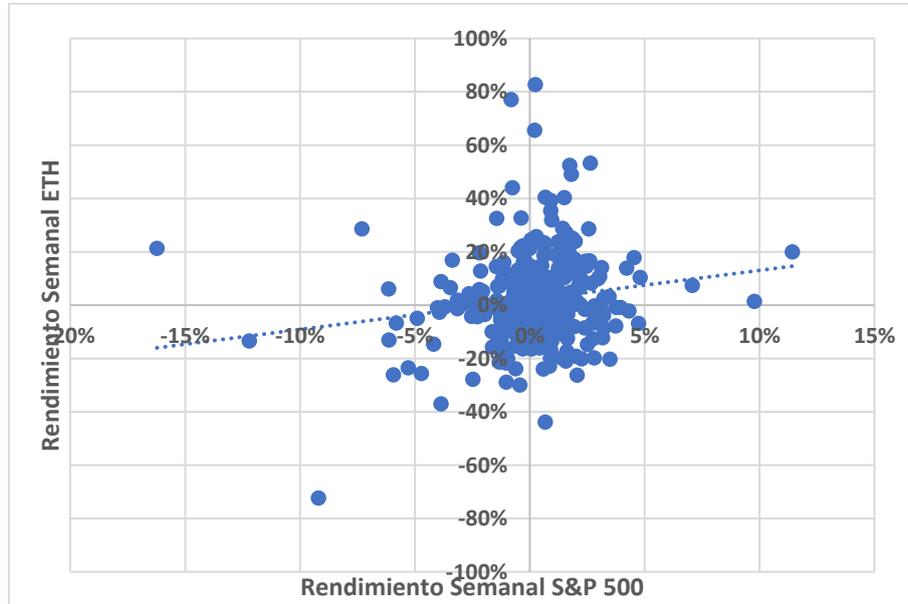


Gráfico 8: Gráfico de dispersión de los rendimientos de ETH comparado con los rendimientos del S&P 500

Cardano:

- $y = 1,1058x + 0,0105$
- $R^2 = 0,0149$
- Beta = 1,1058

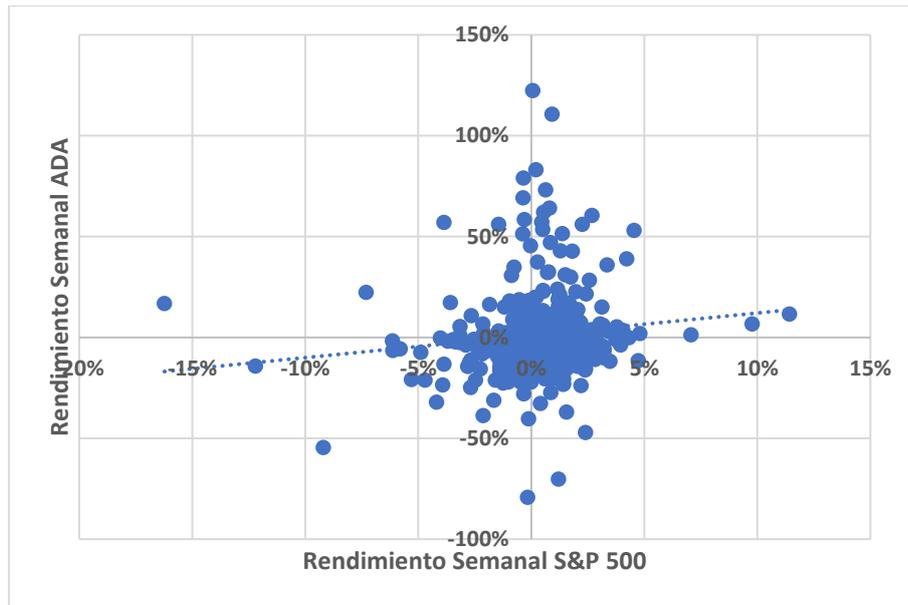


Gráfico 9: Gráfico de dispersión de los rendimientos de ADA comparado con los rendimientos del S&P 500

De los gráficos precedentes, la observación de la dispersión de datos, las líneas de tendencia y los valores del coeficiente de determinación, podemos concluir que el modelo aparenta no ser una buena herramienta para estimar de forma confiable la volatilidad de los activos, representada como la variación en los precios y rendimientos con respecto a la variación en los rendimientos del mercado.

A pesar de ello, con el objetivo de continuar con el estudio planteado y ante la falta de información u otro criterio para la selección de activos para la formación de la cartera, se utilizaron los resultados y valores del modelo CAPM para aplicar el modelo de Optimización Dinámica con Simulación Montecarlo.

5.2 Optimización Dinámica

El punto de la utilización de la Optimización Dinámica en este trabajo consiste en la formación de carteras de inversión que cumplan con ciertos criterios (o restricciones) establecidos para crear una alternativa de inversión atractiva en términos de rendimientos esperados, pero sin dejar de lado la importancia del riesgo a asumir en relación al rendimiento del mercado y de las inversiones libres de riesgo. Para esto, la herramienta nos permite evaluar, en base a distribuciones de probabilidad resultantes de los registros de rendimientos históricos de los activos, escenarios y valores probables producidos por la simulación. Una vez logrado obtener estos rendimientos esperados, se puede comparar con los rendimientos reales producidos en las semanas estimadas y concluir con respecto al potencial de la herramienta como complemento a la hora de tomar decisiones de inversión.

Para alcanzar este objetivo, como primer paso se tomaron los registros de precios y rendimientos diarios continuos de todos los activos participantes del estudio y, por medio del complemento de Microsoft Excel "Risk Simulator", se

realizó un ajuste de distribución de probabilidad. Este ajuste sienta las bases para la simulación, ya que permite al software generar aleatoriamente rendimientos de los diferentes activos con una probabilidad de ocurrencia muy próxima a lo que fueron históricamente sus rendimientos. Las distribuciones de probabilidad son variadas dependiendo la forma que toman las distribuciones de probabilidad de cada uno de los activos. Entre ellas se destacan: Laplace, Gumbel Máxima, Logística y Cauchy.

A continuación, se definieron tanto las restricciones a las que se sujetaría el modelo como la función objetivo a optimizar por medio de la simulación.

En cuanto a las restricciones, para mantener una cartera diversificada se estableció un porcentaje de participación máximo para todos los activos de un 10%, excepto para Bitcoin (BTC) y Ethereum (ETH) al ser consideradas las criptomonedas de mayor capitalización de mercado y, por ende, menos expuestas a manipulaciones de precio por grandes inversores, así como también líderes en el rumbo de los precios de los crypto activos. Además, en base a los resultados del modelo CAPM, se estableció una beta máxima permitida para la cartera de inversión de 1.3, valor considerado muy agresivo con respecto a la volatilidad del mercado. Por último, se estableció como rendimiento mínimo anual de la cartera un 20% (o 0.4% semanal aproximadamente), valor estimado como rendimiento esperado del S&P 500, por lo que significa un punto crítico en la decisión de tomar o no el riesgo de invertir en criptomonedas.

Por otro lado, como función objetivo se planteó “Maximizar el valor del Índice de Treynor resultante de la cartera formada”. El Índice de Treynor es una métrica financiera que se utiliza para evaluar la rentabilidad de una cartera en relación con la rentabilidad de un índice de referencia (S&P 500, por medio de la beta de la cartera). Siempre es preferible un valor del índice de Treynor mas alto, ya que implica una rentabilidad mayor por cada unidad de riesgo que la cartera asume en comparación con el riesgo del indicador. Este índice se compone de la siguiente manera:

Índice de Treynor:

$$T_p = \frac{R_p - r_f}{\beta_p}$$

Donde:

- T_p : Es el valor del Índice de Treynor.
- R_p : Es el rendimiento esperado del portfollio.
- r_f : Es la tasa libre de riesgo del modelo.
- β_p : Es la beta resultante del portfollio.

Como podemos notar, tanto el rendimiento esperado del portfollio como la beta del mismo se ven afectados por el porcentaje de participación determinado para cada uno de los activos en la cartera. Estas proporciones son las definidas como las variables de decisión del modelo. Es decir, este problema puede plantearse de la siguiente manera:

Sean:

- Variables de decisión:

X1	Porcentaje de la cartera a invertir en Bitcoin (BTC)
X2	Porcentaje de la cartera a invertir en Ether (ETH)
X3	Porcentaje de la cartera a invertir en Binance Coin (BNB)
X4	Porcentaje de la cartera a invertir en VeChain (VET)
X5	Porcentaje de la cartera a invertir en XRP (XRP)
X6	Porcentaje de la cartera a invertir en Cardano (ADA)
X7	Porcentaje de la cartera a invertir en Bitcoin Cash (BCH)
X8	Porcentaje de la cartera a invertir en Litecoin (LTC)
X9	Porcentaje de la cartera a invertir en Chainlink (LINK)
X10	Porcentaje de la cartera a invertir en Stellar (XLM)
X11	Porcentaje de la cartera a invertir en Theta Network (THETA)
X12	Porcentaje de la cartera a invertir en TRON (TRX)
X13	Porcentaje de la cartera a invertir en Ethereum Classic (ETC)
X14	Porcentaje de la cartera a invertir en Polygon (MATIC)

- a, \dots, n : rendimiento semanal del activo resultante de la simulación.
- Función Objetivo:

$$T_P = \frac{R_P - r_f}{\beta_P}$$

Minimizar el valor =

Donde:

- $R_p = aX_1 + bX_2 + cX_3 + dX_4 + eX_5 + fX_6 + gX_7 + hX_8 + iX_9 + jX_{10} + kX_{11} + lX_{12} + mX_{13} + nX_{14}$
- $\beta_p = 0.67 X_1 + 1.11 X_2 + 1.39 X_3 + 1.78 X_4 + 1.1 X_5 + 1.5 X_6 + 0.56 X_7 + 0.72 X_8 + 1.47 X_9 + 1.53 X_{10} + 1.51 X_{11} + 1.25 X_{12} + 1.14 X_{13} + 1.07 X_{14}$

Sujeto a:

- $R_1: 0.2 X_1 + 0.2 X_2 + 0.1 X_3 + 0.1 X_4 + 0.1 X_5 + 0.1 X_6 + 0.1 X_7 + 0.1 X_8 + 0.1 X_9 + 0.1 X_{10} + 0.1 X_{11} + 0.1 X_{12} + 0.1 X_{13} + 0.1 X_{14} = 1$
- $R_2: 0.67 X_1 + 1.11 X_2 + 1.39 X_3 + 1.78 X_4 + 1.1 X_5 + 1.5 X_6 + 0.56 X_7 + 0.72 X_8 + 1.47 X_9 + 1.53 X_{10} + 1.51 X_{11} + 1.25 X_{12} + 1.14 X_{13} + 1.07 X_{14} \leq 1.3$
- $R_3: aX_1 + bX_2 + cX_3 + dX_4 + eX_5 + fX_6 + gX_7 + hX_8 + iX_9 + jX_{10} + kX_{11} + lX_{12} + mX_{13} + nX_{14} \geq 0.4\%$ semanal.

Una vez planteado el problema de optimización dinámica, utilizando Risk Simulator se procedió a realizar la simulación. Para lograr un resultado representativo de las distribuciones de probabilidad establecidas para los rendimientos semanales de los activos, se estableció un total de 10.000 simulaciones o iteraciones del modelo de simulación, lo que dio como resultado la cartera de inversión y los valores que se presentan a continuación:

Cartera 1					
Activo	Rentabilidad Semanal Esperada	Beta	Participación del Activo en la Cartera	Participaciones Máximas por Activo	Beta Máxima de la Cartera: 1,3
BTC	1.36%	0.67	20%	20%	0.13
ETH	0.87%	1.11	0%	20%	0.00
BNB	2.91%	1.39	10%	10%	0.14
VET	2.66%	1.78	10%	10%	0.18
XRP	-2.05%	1.11	0%	10%	0.00
ADA	0.92%	1.50	0%	10%	0.00
BCH	-20.91%	0.56	0%	10%	0.00
LTC	-0.14%	0.72	10%	10%	0.07
LINK	2.32%	1.46	10%	10%	0.15
XLM	-0.56%	1.53	0%	10%	0.00
THETA	1.63%	1.51	10%	10%	0.15
TRX	0.30%	1.25	10%	10%	0.12
ETC	1.35%	1.14	10%	10%	0.11
MATIC	5.52%	1.07	10%	10%	0.11
Total			100%		1.17

Tabla 2: Resultados de selección de activos para la formación de la cartera de inversión en base a la Optimización Dinámica

Rendimiento Semanal del Portafolio	1.93%
Beta del Portafolio	1.16597925
Índice de Treynor del Portafolio	0.01638409

Tabla 3: Valores de la cartera resultante

Comparando el rendimiento semanal del portafolio estimado con respecto al rendimiento real alcanzado del -4.86% durante la semana siguiente a los datos utilizados para el estudio, se encuentran indicios de que el método de simulación complementado con el modelo CAPM no sería un buen recurso a la hora de formar una cartera de inversión pronosticando o estimando los rendimientos de forma confiable.

Continuando con el estudio, sin embargo, se procedió a estudiar los datos como una serie de tiempo susceptible de ser trabajada por medio de la metodología Box-Jenkins.

5.3 Metodología Box-Jenkins

En esta nueva y última etapa del trabajo de investigación, se buscó aplicar los popularmente conocidos (así como ampliamente utilizados en el campo de las finanzas) modelos de pronóstico de series de tiempo AR, MA, ARIMA, ARCH y GARCH. Todos ellos derivaciones de la metodología Box-Jenkins.

El proceso de trabajo, previamente detallado en el informe, comenzó a materializarse con el análisis de los datos de los rendimientos de los activos. Se buscó identificar aquellas series de tiempo que fueran y no fueran estacionarias para comenzar con el proceso de diferenciación de series. Sin embargo, al comenzar el trabajo y para obtener los rendimientos diarios y semanales continuos de las diferentes criptomonedas, se procedió a la diferenciación de los precios de cotización. Se realizó un cálculo de diferencia de logaritmos neperianos de las cotizaciones de cada día respecto a la del día anterior. Este simple cálculo se considera una primera diferencia en el camino a obtener una serie estacionaria, por lo que la totalidad de las series de tiempo utilizadas superaron la prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller. Cabe aclarar que las series que se analizan son los rendimientos de las carteras de inversión seleccionadas, ya no rendimientos de criptomonedas de forma individual. A fines prácticos, se expondrá el tratamiento únicamente de una de las series de tiempo de forma completa, mientras que el resto de los resultados se incluirán en el Apéndice de este informe.

En este segmento de la investigación se utilizan dos carteras de inversión. La primera es la surgida como producto del modelo de Optimización Dinámica, a través de la cual se busca generar continuidad en los resultados del estudio. La segunda es una cartera formada de forma arbitraria, estableciendo como criterio de selección la antigüedad y el volumen de datos históricos de rendimientos existentes. Esto se explica por el hecho de que se busca robustez en los resultados y, al comparar una cartera formada por activos más “jóvenes” y otra con activos más “antiguos”, se podría analizar la posibilidad de que este factor afecte o no en la confiabilidad del modelo y sus pronósticos.

Por otro lado, para lograr un abanico mas grande de posibilidades y sujetos de estudio, se decidió tomar no solo las dos carteras de inversión, si no también estudiar sus rendimientos en dos unidades temporales diferentes: rendimientos diarios y rendimientos semanales. De esta manera, las cuatro series de tiempo sometidas a la metodología son:

1. Rendimientos semanales continuos de la cartera 1 formada por: 20% BTC, 10% BNB, 10% VET, 10% LTC, 10% LINK, 10% THETA, 10% TRX, 10% ETC y 10% MATIC **(109 datos)**.
2. Rendimientos semanales continuos de la cartera 2 formada por: 20% BTC, 20% ETH, 20% XRP, 20% LTC y 20% XLM **(305 datos)**.
3. Rendimientos diarios continuos de la cartera 1 **(776 datos)**.
4. Rendimientos diarios continuos de la cartera 2 **(2135 datos)**.

La serie de tiempo que será presentada de principio a fin será la de los rendimientos diarios continuos de la cartera 1. Esta serie, al igual que el resto, fueron trabajadas en el software de econometría E-Views 10. Todos los resultados expuestos fueron obtenidos por medio de sus herramientas estadísticas, econométricas y gráficas.

El proceso de análisis, como se indico anteriormente, comienza con la prueba de estacionariedad de la serie, requisito indispensable para su tratamiento dentro de la Metodología Box-Jenkins. Para esto se utiliza la Prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller. Como se puede ver en la siguiente imagen, los resultados de la prueba indican con un nivel de significancia del 1% que la serie no tiene raíz unitaria, es decir que no se trata de un proceso que evoluciona a través del tiempo, lo que podría causar problemas en la inferencia estadística del modelo.

Null Hypothesis: RENDIMENTOS1 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-27.58483	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.438562	
5% level	-2.865054	
10% level	-2.568696	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RENDIMENTOS1)
Method: Least Squares
Date: 09/16/21 Time: 10:36
Sample (adjusted): 4/29/2019 8/11/2021
Included observations: 775 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDIMENTOS1(-1)	-0.993178	0.036004	-27.58483	0.0000
C	0.003565	0.001598	2.230809	0.0260

R-squared	0.496003	Mean dependent var	-5.20E-05
Adjusted R-squared	0.495411	S.D. dependent var	0.062418
S.E. of regression	0.044338	Akaike info criterion	-3.391375
Sum squared resid	1.519604	Schwarz criterion	-3.379367
Log likelihood	1316.159	Hannan-Quinn criter.	-3.395755
F-statistic	760.9230	Durbin-Watson stat	1.999017
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabla 4: Resultados de la Prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller Aumentada

Una vez constatada la estacionariedad de la serie, se procede al análisis de correlogramas, donde se presenta la función de autocorrelación (ACF) y la función de autocorrelación parcial (PACF), las cuales brindan un indicio sobre qué tipo de modelo puede ajustarse a los datos estudiados. La ACF es usada para identificar el proceso de media móvil (MA) en un modelo ARIMA, mientras que la PACF se usa para identificar los valores de la parte del proceso autorregresivo (AR).

Por otro lado, el correlograma presenta también los valores de la prueba de Ljung-Box, la cual busca determinar la independencia en la distribución de los datos (es decir, si existe o no correlación entre los datos y los rezagos). En caso de que la probabilidad resultante del test sea menor al 10%, la hipótesis nula de que los datos se distribuyen de forma independiente se rechaza y se puede considerar que existe correlación en los datos. De esta manera, analizamos el siguiente gráfico y constatamos que sería conveniente realizar pruebas sobre modelos de ordenes $p= 2, 4$ o 5 y, de la misma manera, $q= 2, 4$ o 5 .

Autocorrelacion	Parcial Correlacion	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
1)	1)	1	0.007	0.007	0.0351	0.849
2)	2)	2	0.068	0.068	6.0752	0.048
3)	3)	3	-0.030	-0.031	6.7759	0.079
4)	4)	4	0.108	0.100	15.626	0.004
5)	5)	5	-0.073	-0.071	19.767	0.001
6)	6)	6	0.028	0.011	20.308	0.002
7)	7)	7	-0.029	-0.013	20.996	0.004
8)	8)	8	0.013	-0.004	21.117	0.007
9)	9)	9	-0.000	0.019	21.117	0.012
10)	10)	10	0.067	0.057	24.850	0.005
11)	11)	11	-0.013	-0.010	24.793	0.010
12)	12)	12	-0.029	-0.043	25.477	0.013
13)	13)	13	0.023	0.029	25.898	0.018
14)	14)	14	-0.080	-0.090	30.906	0.005
15)	15)	15	0.010	0.019	30.981	0.009
16)	16)	16	0.062	0.063	34.050	0.005
17)	17)	17	0.003	-0.015	34.056	0.008
18)	18)	18	-0.010	0.001	34.135	0.012
19)	19)	19	0.043	0.032	35.014	0.012
20)	20)	20	0.001	-0.015	35.015	0.017
21)	21)	21	-0.013	-0.011	35.752	0.025
22)	22)	22	-0.014	-0.000	35.919	0.031
23)	23)	23	-0.020	-0.037	36.599	0.030
24)	24)	24	0.010	0.030	36.747	0.040
25)	25)	25	0.014	0.017	36.804	0.059
26)	26)	26	0.069	0.051	40.790	0.033
27)	27)	27	0.012	0.023	40.903	0.042
28)	28)	28	0.059	0.059	43.748	0.029
29)	29)	29	0.025	0.017	44.202	0.035
30)	30)	30	0.019	0.013	44.546	0.043
31)	31)	31	0.008	0.014	44.597	0.054
32)	32)	32	-0.013	-0.033	44.726	0.067
33)	33)	33	-0.005	0.011	44.751	0.083
34)	34)	34	0.017	0.018	44.997	0.098
35)	35)	35	0.007	-0.000	45.008	0.119
36)	36)	36	-0.040	-0.043	46.335	0.116

Tabla 5: ACF y PACF de la serie "Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 1"

Como complemento, el software utilizado cuenta con una herramienta de pronóstico automático ARIMA que entrega posibles modelos de ajuste basados en diferentes criterios de selección establecidos, como por ejemplo el criterio de Akaike o el criterio de Schwarz. Sin embargo, muchas veces los modelos resultantes, si bien cumplen con algunas condiciones estadísticas y superan algunas pruebas de significancia y comparación, no siempre son adecuados. Tal es el caso del modelo ARIMA (4,1,3) propuesto por E-Views como mejor ajuste según el Criterio de Información de Akaike al trabajar con esta serie de tiempo, donde se puede notar que los procesos de media móvil de orden 2 y 3 no son estadísticamente significativos, por lo que no se puede concluir que sean relevantes para el modelo. Por este mismo motivo, esta herramienta y este modelo quedan descartados del análisis, y se procede con el modelado "a mano" de las restantes opciones obtenidas a partir de las ACF y PACF.

Dependent Variable: RENDIMIENTOS1
Method: ARIMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date: 09/16/21 Time: 10:45
Sample: 4/28/2019 6/11/2021
Included observations: 776
Convergence achieved after 204 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003577	0.001961	1.824147	0.0685
AR(1)	-1.597679	0.122208	-13.07343	0.0000
AR(2)	-1.498222	0.135882	-11.01783	0.0000
AR(3)	-0.558392	0.138741	-4.024710	0.0001
AR(4)	0.092851	0.031551	2.936527	0.0034
MA(1)	1.636464	0.537411	3.045086	0.0024
MA(2)	1.643747	1.258954	1.305644	0.1921
MA(3)	0.657746	0.682611	0.963574	0.3366
SIGMASQ	0.001855	0.000930	1.995515	0.0483

R-squared	0.053015	Mean dependent var	0.003566
Adjusted R-squared	0.043138	S.D. dependent var	0.044287
S.E. of regression	0.043321	Akaike info criterion	-3.421501
Sum squared resid	1.439440	Schwarz criterion	-3.367523
Log likelihood	1336.542	Hannan-Quinn criter.	-3.400735
F-statistic	5.367374	Durbin-Watson stat	2.002068
Prob(F-statistic)	0.000001		

Tabla 6: Modelo ARIMA (4,1,3) propuesto por Automatic Forecasting ARIMA de E-Views.

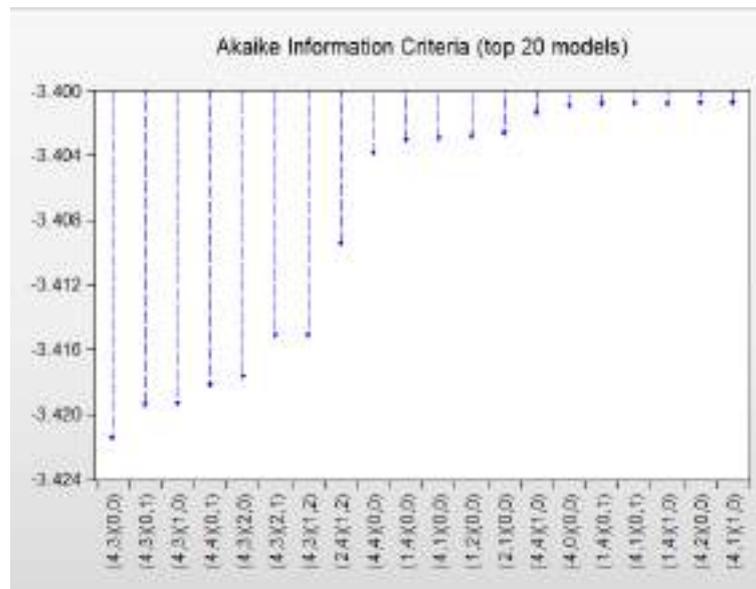


Gráfico 10: Modelos analizados por Automatic Forecasting ARIMA de E-Views en base al Criterio de Akaike.

Tras haber evaluado uno a uno modelos de orden AR(1) hasta AR(5), al igual que modelos MA(1) a MA(5) y todas las posibles combinaciones de modelos ARIMA entre ordenes $p=1$ a 5 y $q=1$ a 5, el modelo que aparenta tener el mejor ajuste, tomando como criterios de selección los valores de R^2 , R^2 ajustado, la Suma de los Errores Cuadráticos del modelo y valores de los criterios de Akaike y Schwarz (mientras menor sea el valor, mas adecuado es para pronosticar los valores de la serie), es el modelo ARIMA (4,1,4). Los valores obtenidos se

presentan a continuación y si bien, como dijimos antes, la significancia estadística de los diferentes ordenes del modelo encontrados son aceptables, se puede observar que el valor del coeficiente de determinación no es muy elevado, lo que indicaría un bajo poder predictivo del modelo.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003583	0.001875	1.911326	0.0583
AR(1)	-0.437160	0.107051	-4.083667	0.0000
AR(2)	0.558153	0.071444	7.812476	0.0000
AR(3)	-0.549906	0.053916	-10.19930	0.0000
AR(4)	-0.808807	0.098622	-8.201063	0.0000
MA(1)	0.429087	0.104940	4.088884	0.0000
MA(2)	-0.496396	0.070406	-7.050518	0.0000
MA(3)	0.570145	0.045639	12.49242	0.0000
MA(4)	0.832118	0.090624	9.182112	0.0000
SIGMASQ	0.001896	4.66E-05	40.66102	0.0000
R-squared	0.032265	Mean dependent var	0.003566	
Adjusted R-squared	0.020895	S.D. dependent var	0.044287	
S.E. of regression	0.043822	Akaike info criterion	-3.403837	
Sum squared resid	1.470980	Schwarz criterion	-3.343861	
Log likelihood	1330.689	Hannan-Quinn criter.	-3.380764	
F-statistic	2.837678	Durbin-Watson stat	1.949342	
Prob(F-statistic)	0.002720			

Tabla 7: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARIMA (4,1,4)

Como siguiente paso en el proceso de identificación del mejor modelo, se procede a realizar pruebas de ajuste del modelo. Para esto, se utilizan los correlogramas de los residuos, de manera similar a lo realizado previamente para la identificación de los ordenes p y q de los modelos. Esto permite identificar si queda algún proceso autorregresivo o de media móvil sin incluir, el cual deberá ser modelado y evaluado nuevamente. Como se puede observar en la siguiente imagen, aparentemente no se ha dejado de lado ningún proceso relevante para el modelo.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.024	0.024	0.4362	
		2	0.009	0.009	0.5063	
		3	0.001	0.001	0.5071	
		4	0.042	0.042	1.8984	
		5	0.001	-0.001	1.8975	
		6	-0.002	-0.002	1.8998	
		7	0.035	0.035	2.8384	
		8	-0.020	-0.023	3.1415	
		9	0.002	0.002	3.1437	0.076
		10	0.039	0.040	4.3550	0.113
		11	-0.034	-0.039	5.2818	0.152
		12	-0.016	-0.013	5.4735	0.242
		13	0.024	0.028	5.9338	0.313
		14	-0.039	-0.046	7.1511	0.307
		15	-0.003	0.004	7.1570	0.413
		16	0.085	0.088	12.943	0.114
		17	-0.037	-0.048	14.010	0.122
		18	-0.015	-0.007	14.191	0.164
		19	0.027	0.030	14.760	0.194
		20	0.008	-0.007	14.811	0.252
		21	0.004	0.014	14.825	0.318
		22	-0.006	-0.005	14.853	0.388
		23	-0.018	-0.029	15.045	0.448

Tabla 8: ACF y PACF de los residuos del modelo ARIMA (4,1,4)

Para un análisis más profundo se realizó un Q-Q Plot, herramienta que permite observar si los residuos se ajustan a una distribución normal, lo que representa homocedasticidad (varianza constante). En el caso de que todos o la mayor parte de los puntos de la grafica se encuentren sobre la línea representada se asume que los residuos tienen una distribución normal y varianza constante, lo que indica que se trata un modelo de buen ajuste y es factible utilizarlo como herramienta de predicción. En este caso, la figura formada por los puntos indicaría que los residuos no forman parte de una distribución normal, pero no se puede asegurar a ciencia cierta ya que los valores se encuentran relativamente cercanos a la normalidad.

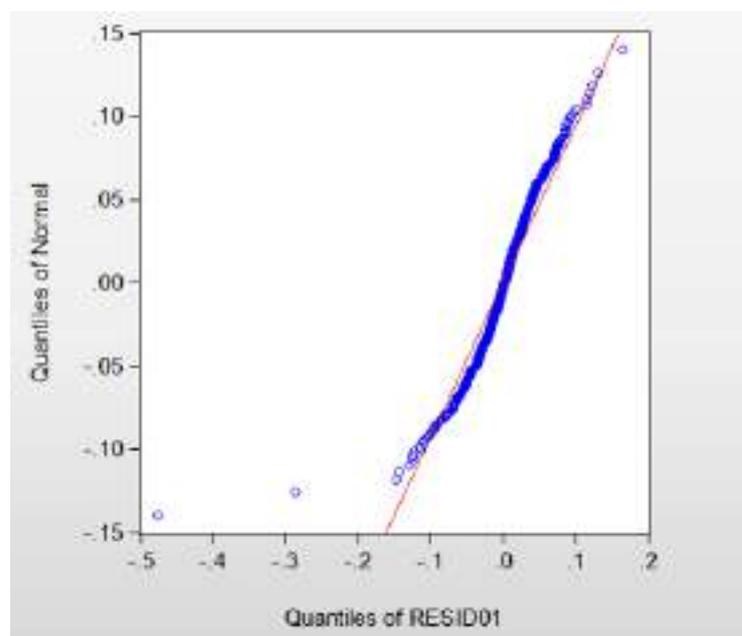


Gráfico 11: Q-Q Plot de los residuos del modelo ARIMA (4,1,4)

Por último, se inicia el proceso de análisis para determinar la existencia de procesos autorregresivos de heterocedasticidad condicional (ARCH) o autorregresivos generalizados de heteroscedasticidad condicional (GARCH). Para esto, se realiza una prueba de heterocedasticidad como primer paso. El resultado de la misma es positivo para la heteroscedasticidad, lo que da lugar a evaluar diferentes modelos de forma similar a los modelos ARIMA, probando valores de los ordenes de los diferentes modelos hasta encontrar aquel que mejor se ajuste. En este caso, a pesar del resultado de la prueba de heterocedasticidad, no se pudo encontrar un modelo adecuado ya que al modelar se perdía la significancia estadística de algunos coeficientes de aquel formado anteriormente, por lo que el resultante en sí quedaba obsoleto. Esto se puede observar en los órdenes $p=2$ y $q=2$ para el caso en particular del modelo ARCH (4,1).

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	6.129825	Prob. F(1,773)	0.0135	
Obs*R-squared	6.097334	Prob. Chi-Square(1)	0.0135	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID*2				
Method: Least Squares				
Date: 09/17/21 Time: 18:09				
Sample (adjusted): 4/29/2019 6/11/2021				
Included observations: 775 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001730	0.000333	5.202010	0.0000
RESID*2(-1)	0.088702	0.035827	2.475848	0.0135
R-squared	0.007868	Mean dependent var	0.001898	
Adjusted R-squared	0.006584	S.D. dependent var	0.009092	
S.E. of regression	0.009063	Akaike info criterion	-6.566763	
Sum squared resid	0.063486	Schwarz criterion	-6.554755	
Log likelihood	2546.621	Hannan-Quinn criter.	-6.562143	
F-statistic	6.129825	Durbin-Watson stat	2.001927	
Prob(F-statistic)	0.013505			

Tabla 9: Test de Heterocedasticidad para la serie de tiempo “Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 1”

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.004640	0.001825	2.543281	0.0110
AR(1)	1.390974	0.102845	13.52489	0.0000
AR(2)	0.008956	0.092348	0.096984	0.9227
AR(3)	-1.352170	0.080716	-16.75228	0.0000
AR(4)	0.759012	0.097553	7.790481	0.0000
MA(1)	-1.306390	0.129068	-10.12171	0.0000
MA(2)	-0.026447	0.111892	-0.236359	0.8132
MA(3)	1.232415	0.092788	13.28208	0.0000
MA(4)	-0.631865	0.116146	-5.440256	0.0000
Variance Equation				
C	0.001045	5.81E-05	17.98805	0.0000
RESID(-1) ²	0.560904	0.045460	12.33831	0.0000

Tabla 10: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARCH (4,1)

En los casos de series de tiempo en los que si se pudo encontrar un modelo ARCH o GARCH que aparentara ajustes, se procedió de igual manera a los modelos ARIMA anteriormente demostrados. Se generaron correlogramas para descartar casos de procesos no incorporados al modelo y análisis de Q-Q plot de residuos para evaluar la existencia distribución normal de residuos y homocedasticidad.

Finalmente, una vez generados los resultados de todos los modelos y de todas las carteras parte del estudio, se realizó una gráfica comparativa con los valores de los criterios de evaluación considerados mas relevantes con respecto al ajuste del modelo. A continuación, se presenta la tabla comparativa de modelos, en la que se resaltan los valores del modelo seleccionado para continuar a la etapa de pronóstico y comparación con los valores reales de rendimiento de la cartera teórica.

	Significancia de los Coeficientes	R ²	R ² Ajustado	Suma de Errores Cuadráticos de la Regresión	AIC (Akaike Criterion)	SC (Schwartz Criterion)
ARIMA (2,1,2) Cartera 1 Semanal	10%	0.041622	-0.004454	0.133715	-1.131129	-0.98383
ARIMA (3,1,2) Cartera 2 Semanal	10%	0.060867	0.041958	0.126014	-1.280608	-1.95224
ARIMA (1,1,1) ARCH 1 Cartera 2 Semanal	10%	0.04589	0.03955	0.126154	-1.344507	-1.283372
ARIMA (4,1,4) Cartera 1 Diaria	10%	0.032265	0.020895	0.043822	-3.403837	-3.343861
ARIMA (2,1,1) Cartera 2 Diaria	10%	0.013513	0.01166	0.046613	-3.291502	-3.278232
ARIMA ARCH (2,1,2)(1) Cartera 2 Diaria Residual's Normal Distribution	10%	0.01198	0.010123	0.046516	-3.355727	-3.337135
ARIMA ARCH (2,1,2)(1) Cartera 2 Diaria Residual's Student Distribution	10%	0.012454	0.010598	0.046505	-3.535895	-3.517303

Tabla 11: Comparativa de criterios de evaluación y ajuste de los mejores modelos resultantes.

Tomando el modelo ARIMA (4,1,4) de los rendimientos diarios de la cartera 1, se utilizó la herramienta de pronóstico de E-Views para generar los valores de los siguientes 7 días. El período temporal de los pronósticos es muy importante, ya que mientras más valores se pronostican, la confiabilidad disminuye, en especial para aquellos datos más alejados en el tiempo. Esto es así ya que el modelo va incorporando los valores pronosticados como parte de la serie de tiempo y como base para los siguientes pronósticos. Por ende, si el modelo no tiene un ajuste ideal, difícilmente se puedan generar valores en plazos extensos.

En los siguientes gráficos se visualizan los rendimientos diarios pronosticados desde el día 12/6/2021 hasta el día 18/6/2021 y su comparación con los valores reales de los rendimientos de la cartera en estas fechas. Se puede notar que la diferencia de los rendimientos va desde el 1% hasta el 7% en algunos casos entre el pronóstico y el real. Además, en el acumulado semanal la diferencia es demasiado alta, un 8.5% aproximadamente. Esto indicaría que el modelo, a pesar de ser el mejor entre los seleccionados y elaborados, no sería una buena herramienta de pronóstico para este tipo de carteras de inversión, como tampoco un buen punto de apoyo al momento de tomar decisiones de inversión. El mismo pronóstico se realizó con una cartera de inversión y modelos alternativos con resultados similares.

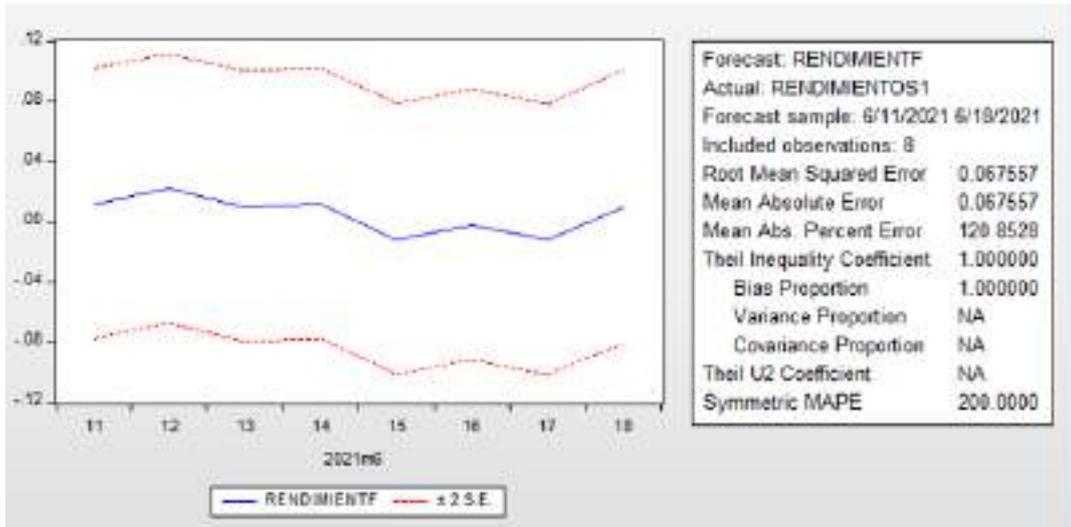


Gráfico 12: Valores de la serie pronosticados entre bandas de errores estándar

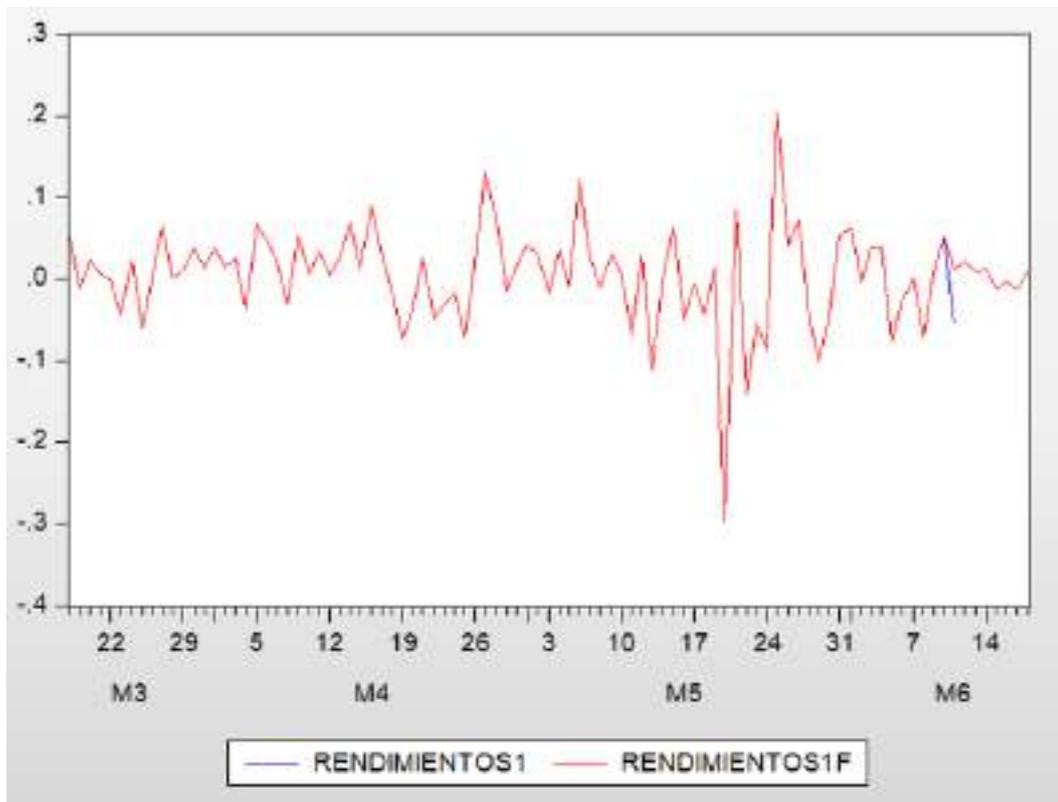


Gráfico 13: Serie de "Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 1" continuada por valores pronosticados

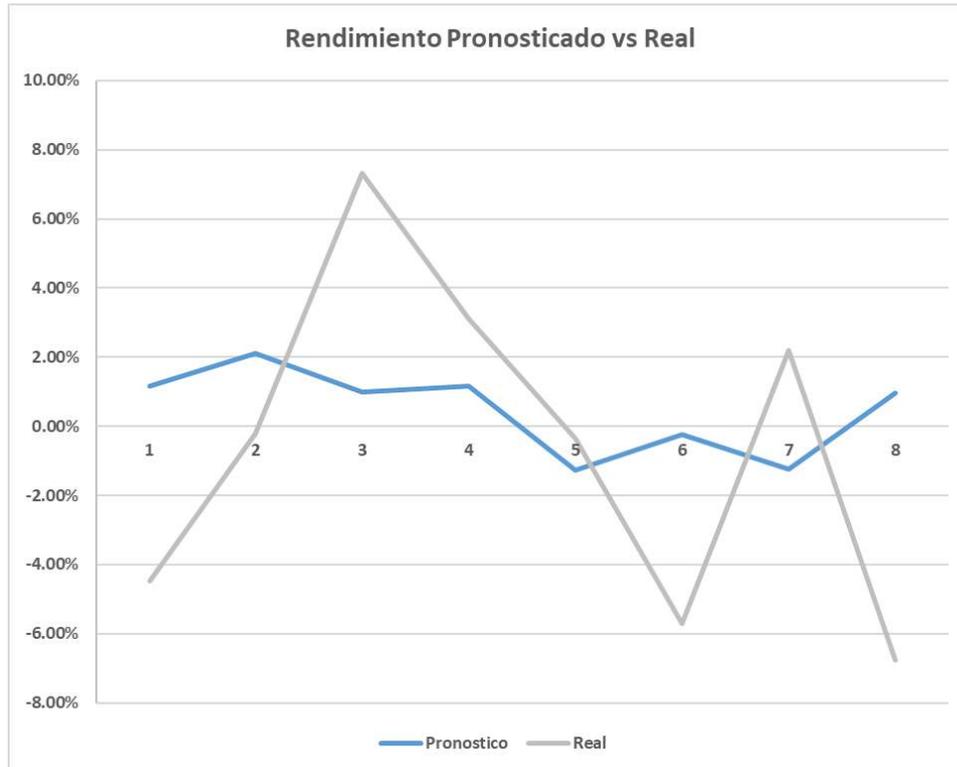


Gráfico 14: Comparativa de rendimientos de la cartera 1 pronosticados y reales

Fecha	Rendimientos		
	Pronosticado	Real	Diferencia
11/6/2021	1.1657%	-4.4834%	5.6491%
12/6/2021	2.1096%	-0.1983%	2.3079%
13/6/2021	0.9870%	7.3227%	-6.3357%
14/6/2021	1.1601%	3.1241%	-1.9640%
15/6/2021	-1.2572%	-0.3488%	-0.9084%
16/6/2021	-0.2501%	-5.7168%	5.4667%
17/6/2021	-1.2268%	2.2044%	-3.4312%
18/6/2021	0.9517%	-6.7595%	7.7112%
Total	3.6400%	-4.8556%	8.4956%

Tabla 12: Comparativa de rendimientos de la cartera 1 pronosticados y reales

6. Conclusión y Recomendaciones

En base a los resultados obtenidos en la aplicación de las diferentes herramientas, métodos y metodologías de trabajo, y teniendo en cuenta que el objetivo del trabajo es el de exponer las bondades y las falencias de estas mismas para poder identificar opciones viables para la toma de decisiones de inversión, se puede concluir que el trabajo de investigación ha sido realizado íntegramente y que lo extraído del mismo es positivo como información práctica.

Si bien los resultados no son los deseados en cuanto a encontrar un modelo ideal, si son relevantes para dilucidar el camino hacia aquel que lo sea. Las herramientas utilizadas en este trabajo no aparentan ser adecuados para predecir o pronosticar los rendimientos de las criptomonedas o carteras de inversión formadas por ellas. Sin embargo, se considera que este proyecto de investigación puede ser considerado como un paso más en el camino del estudio de este nuevo fenómeno tecnológico en expansión, al que se puede adherir o no, pero que no se puede ignorar por la envergadura que ha tomado en el último tiempo.

En concordancia con lo anterior y como recomendación para futuros trabajos de investigación, sería interesante, y posiblemente útil, la evaluación de dos alternativas en cuanto a modelos financieros:

- **El modelo de Black-Scholes**, utilizado para opciones financieras. Este modelo está adaptado a instrumentos financieros de alta volatilidad como son las opciones. Si bien no aparenta ser el mismo tipo de volatilidad, quizás su utilización junto con pequeños ajustes o supuestos pueda ser útil para generar información respecto a las criptomonedas y sus futuros rendimientos.
- **Los modelos de volatilidad estocástica**. Estos modelos son considerados alternativos a los modelos GARCH, con mayor flexibilidad para representar las propiedades empíricas de los rendimientos financieros. Sin embargo, también son considerados mas complejos que los anteriores. Tienen como premisa el hecho de que la volatilidad depende de sus valores pasados, pero es independiente de los retornos pasados del activo bajo análisis.
Por otro lado, existen estudios que concluyen que los precios de opciones financieras cuya valoración se basa en volatilidad estocástica son mas precisos que aquellos que surgen de la utilización del modelo Black-Scholes.
Estos modelos permiten tener en cuenta algunos efectos en las series de tiempo de rendimientos financieros que otros no incorporan. Por ejemplo, el efecto leverage (incremento de la volatilidad en periodos de rendimientos negativos mayor al de los periodos de rendimientos positivos) o la memoria larga en la volatilidad (decaimiento lento de autocorrelaciones de cuadrados y valores absolutos hacia cero).
Para mayor detalle en la aplicación de estos modelos y en sus similitudes y diferencias con los modelos ARCH y GARCH, se recomienda la lectura de los trabajos de investigación realizados por María de las Mercedes Abril y publicados en el sitio web oficial del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de Argentina.

Cruzando los resultados de estos modelos y otros, existe la posibilidad de alcanzar resultados prometedores en cuanto a la estimación confiable de los rendimientos de estos nuevos “activos” financieros.

7. Bibliografía

- Abril, M.M. (2019). Comparaciones entre los modelos clásicos y estocásticos para estimar volatilidad. *Revista de Investigaciones del Departamento de Ciencias Económicas de La Universidad Nacional de La Matanza*, Vol. X, N° 19. Recuperado de <https://ri.conicet.gov.ar/author/29479>.
- Albornoz, C. (2006). *Principios de Administración Financiera de las empresas*. (1ra ed.). Buenos Aires: La Ley.
- Anderson, S. W. (1999). *Métodos Cuantitativos para los negocios*. (7ma ed.) México: Thomson.
- Azarang M. R. & García D. E. (1998). *Simulación y Análisis de Modelos Estocásticos*. (1ra ed.). México: Mc. Graw Hill.
- Bonifaz F. J. S y Lama C. R. (2013). *“Optimización Dinámica y teoría económica”* Primera Edición Corregida. Universidad del Pacífico, Centro de Investigación.
- Brealey R. A., Marcus A. J., Mateos A. P. & Myers S. C. (2010). *Finanzas Corporativas*. España: Mc Graw Hill.
- Caro Padrón, L. (2019). *El Mercado de las Criptomonedas: Análisis de Rentabilidad y Riesgo*. Facultad de Ciencias Empresarias y Turismo de Orense, Galicia, España. Recuperado de: http://fcetou.uvigo.es/docs/docencia/tfg/premios/JMPC-2019_Leandra.pdf.
- Gimeno Torres, M. (2014). *Evolución del Modelo CAPM a lo Largo de la Historia de la Economía Financiera*. Universidad Pontificia Comillas, Madrid, España. Recuperado de: <https://repositorio.comillas.edu/rest/bitstreams/329/retrieve>.
- Glasserman P. (2004) *Monte-Carlo Methods in Financial Engineering. Computational Finance* (3ra ed.). Alemania: Springer Verlag.
- Gujarati D. N. y Porter D. C. (2010) *Econometría* (5ta ed.). Mexico D.F.: Mc Graw Hill.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., Baptista Lucio, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. (5ta ed.). México D.F: McGraw-Hill.
- Law M. A. M. and Kelton W. D. (1991). *Simulation Modeling and Analysis*. (2da ed.) EEUU: McGraw-Hill.
- Lihua Ma et al (2018) ARIMA model forecast based on EViews Software. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 208 012017. Recuperado de <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/208/1/012017/pdf>.
- Markowitz, H.M. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph* 16. Recuperado de: <https://www.jstor.org/stable/2975974>.

Martínez Plasencia, A. (2013). *Gestión de Carteras de Inversión: La evaluación de la Performance*. Universidad de la Coruña, Facultad de Economía y Empresa. España. Recuperado de:

https://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/11697/Mart%C3%ADnez_Plasencia_Adr%C3%A1n_TFG_2013.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Render B., Stair Jr. R. M., Hanna M. E., Hale T. S. (2012) *Métodos cuantitativos para los negocios*. (11va ed.). México: Pearson Educación.

Rial Montes, D. (2013). *Formación y Gestión de Carteras de Inversión*. Universidad de la Coruña, Facultad de Economía y Empresa. España. Recuperado de:

https://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/11695/RialMontes_David_TFG_2013.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Rodrigálvarez Batanero, A. (2016). *Selección de Activos de una Cartera Usando la Teoría de Markowitz*. Universidad Pontificia Comillas. Madrid, España. Recuperado de:

<https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/15496/TFM000545.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Ross S. A., Westerfield R. W., Jaffe J. F. (2012). *Finanzas Corporativas*. (9na ed.). Mexico D.F.: McGraw Hill.

Rotela Jr., P., Salomon, F.L.R. and de Oliveira Pamplona, E. (2014) *ARIMA: An Applied Time Series Forecasting Model for the Bovespa Stock Index*. *Applied Mathematics*, 5, 3383-3391. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/275214476_ARIMA_An_Applied_Time_Series_Forecasting_Model_for_the_Bovespa_Stock_Index

Saavedra Barrera P. y Ibarra Mercado V.H. *El método Montecarlo y su aplicación a finanzas*. Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa. México. Recuperado de:

<http://mat.izt.uam.mx/mat/documentos/notas%20de%20clase/cfenaoe3.pdf>

Sharpe, F.W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, Vol XIX, No.3. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/2977928>.

The Goldman Sachs Group Inc. (2021). *Crypto: a New Asset Class?*. *Top of Mind*, Issue 98, 41 páginas. Recuperado de <https://www.goldmansachs.com/insights/pages/crypto-a-new-asset-class.html>

8. Anexo

Dispersión de rendimientos de criptomonedas en relación al S&P 500

Binance Coin:

- $y = 1.393x + 0.0386$
- $R^2 = 0.0149$

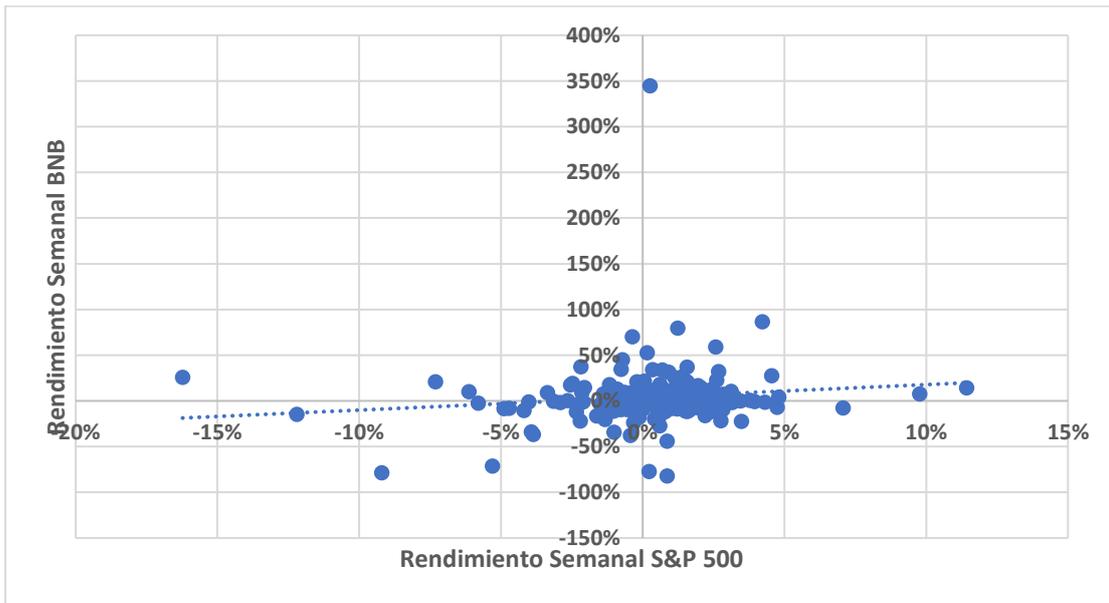


Gráfico 15: Gráfico de dispersión de los rendimientos de BNB comparado con los rendimientos del S&P 500

VeChain:

- $y = 1.7828x + 0.0081$
- $R^2 = 0.0823$

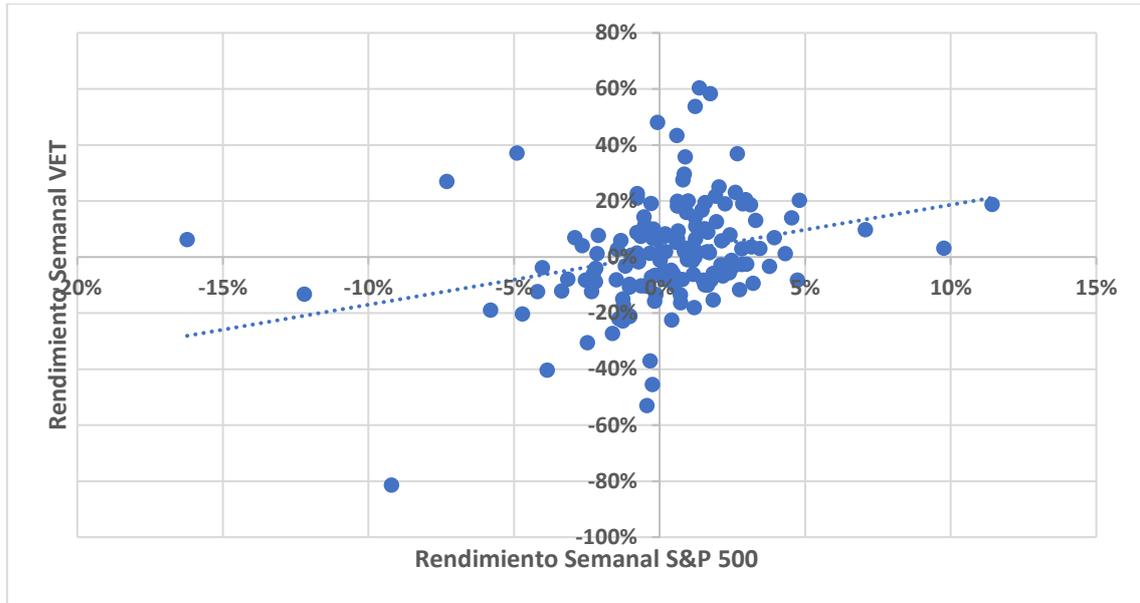


Gráfico 16: Gráfico de dispersión de los rendimientos de VET comparado con los rendimientos del S&P 500

XRP:

- $y = 1.1058x + 0.0105$
- $R^2 = 0.0149$

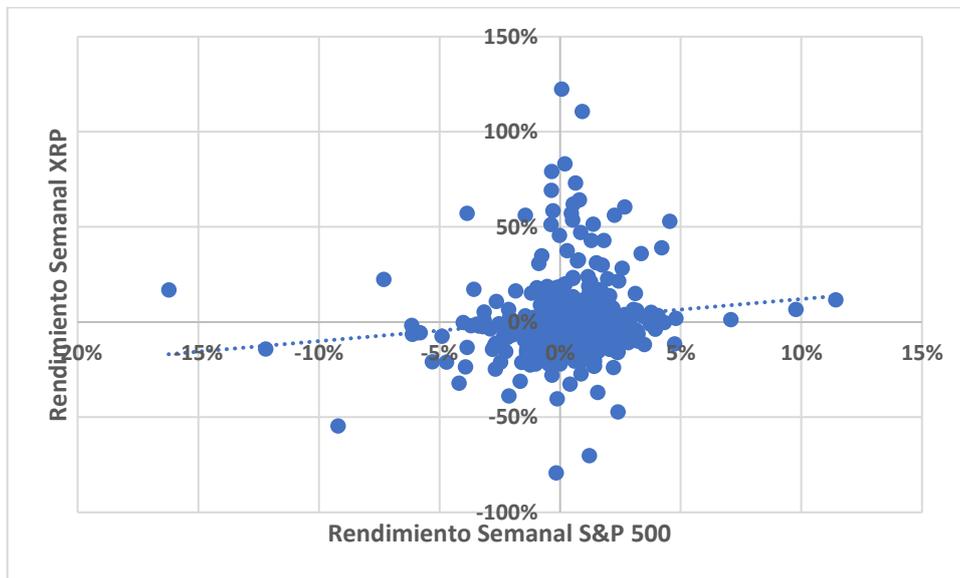


Gráfico 17: Gráfico de dispersión de los rendimientos de XRP comparado con los rendimientos del S&P 500

Bitcoin Cash:

- $y = 0.5635x + 0.0032$
- $R^2 = 0.0062$

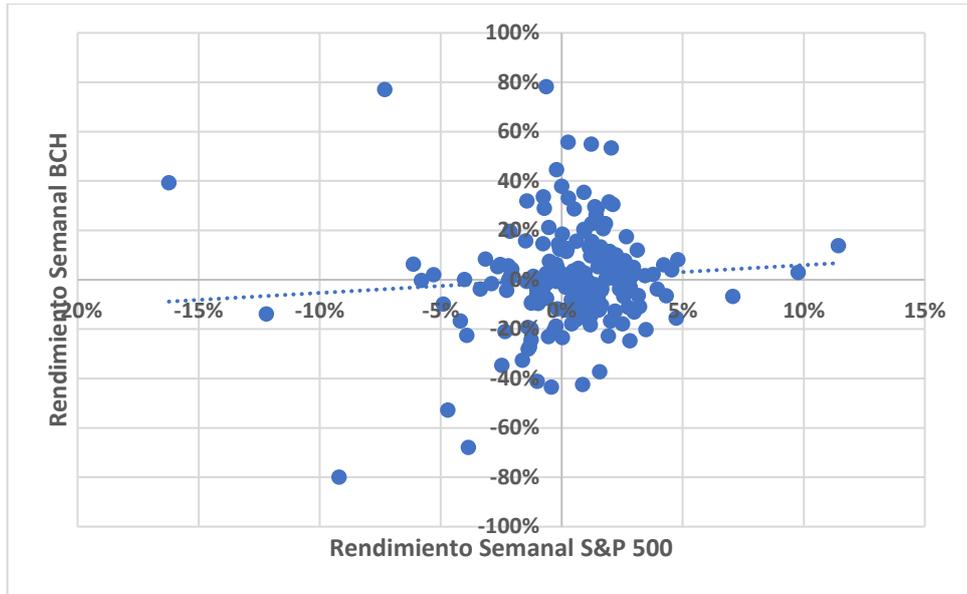


Gráfico 18: Gráfico de dispersión de los rendimientos de BCH comparado con los rendimientos del S&P 500

Litecoin:

- $y = 0.7162x + 0.0081$
- $R^2 = 0.0093$

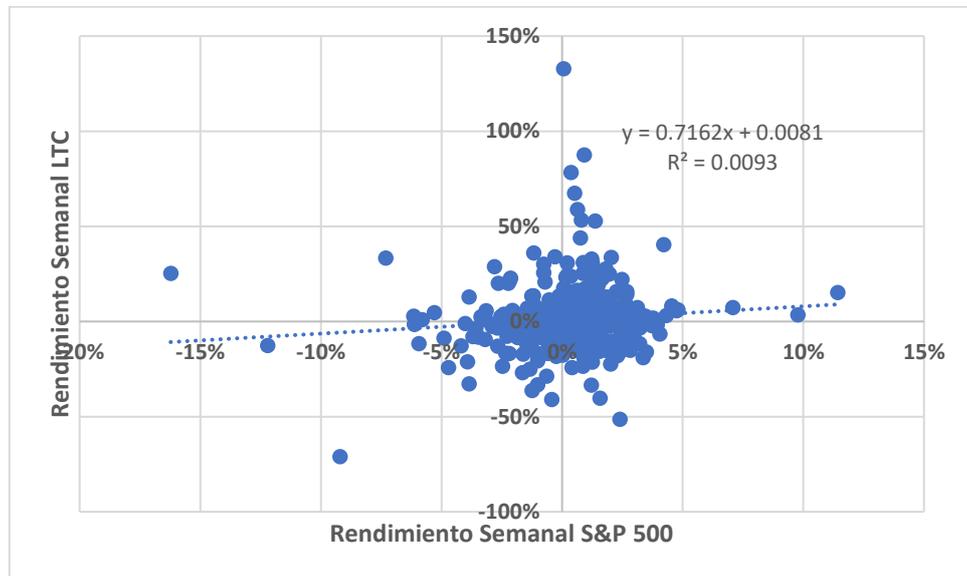


Gráfico 19: Gráfico de dispersión de los rendimientos de LTC comparado con los rendimientos del S&P 500

Chainlink:

- $y = 1.4647x + 0.0218$
- $R^2 = 0.0474$

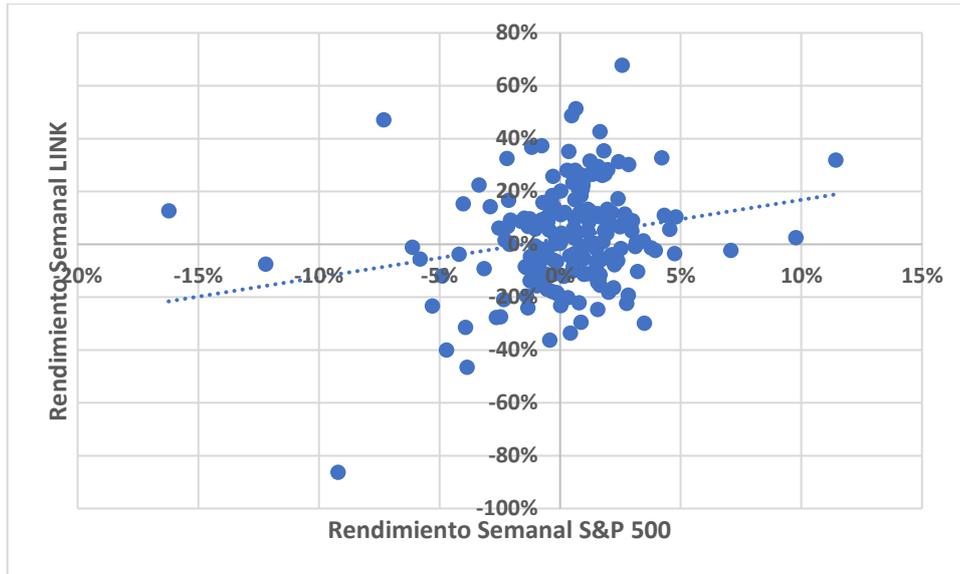


Gráfico 20: Gráfico de dispersión de los rendimientos de LINK comparado con los rendimientos del S&P 500

Stellar:

- $y = 1.5274x + 0.0099$
- $R^2 = 0.0318$

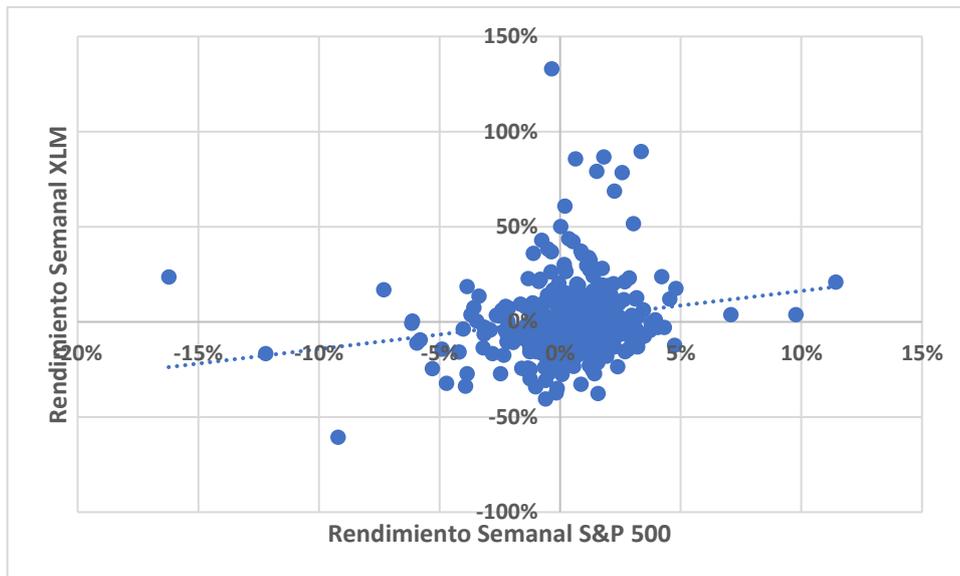


Gráfico 21: Gráfico de dispersión de los rendimientos de XLM comparado con los rendimientos del S&P 500

THETA:

- $y = 1.5087x + 0.0159$
- $R^2 = 0.0573$

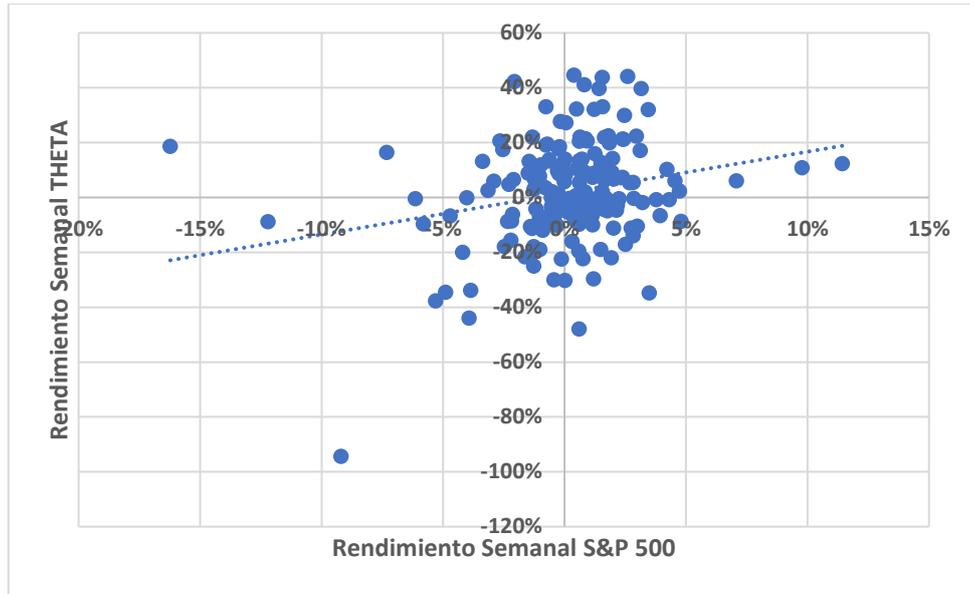


Gráfico 22: Gráfico de dispersión de los rendimientos de THETA comparado con los rendimientos del S&P 500

TRON:

- $y = 1.2468x + 0.0158$
- $R^2 = 0.0204$

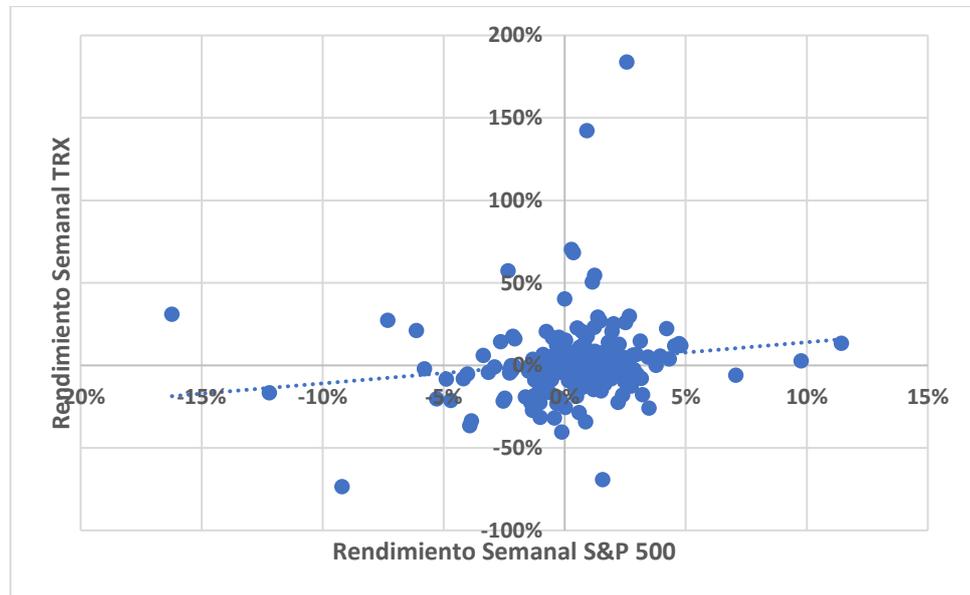


Gráfico 23: Gráfico de dispersión de los rendimientos de TRX comparado con los rendimientos del S&P 500

Ethereum Classic:

- $y = 1.1389x + 0.011$
- $R^2 = 0.0231$

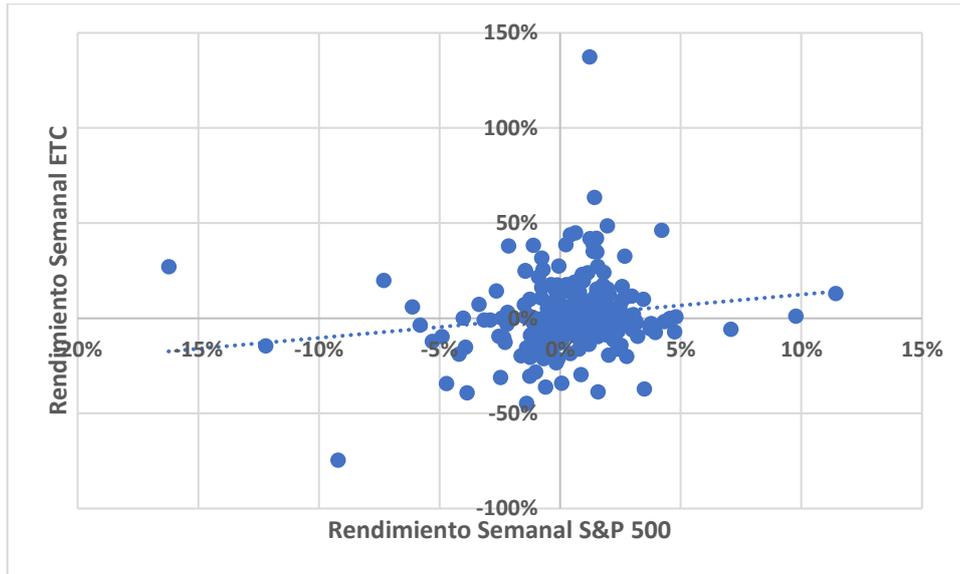


Gráfico 24: Gráfico de dispersión de los rendimientos de ETC comparado con los rendimientos del S&P 500

MATIC:

- $y = 1.0673x + 0.049$
- $R^2 = 0.0141$

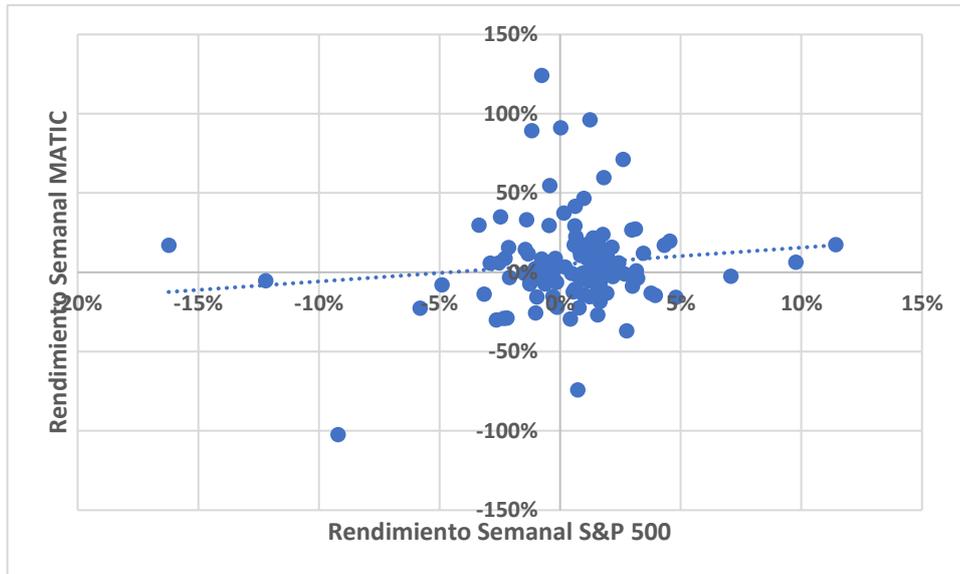


Gráfico 25: Gráfico de dispersión de los rendimientos de MATIC comparado con los rendimientos del S&P 500

Ajustes de distribución de probabilidad de los rendimientos de las criptomonedas

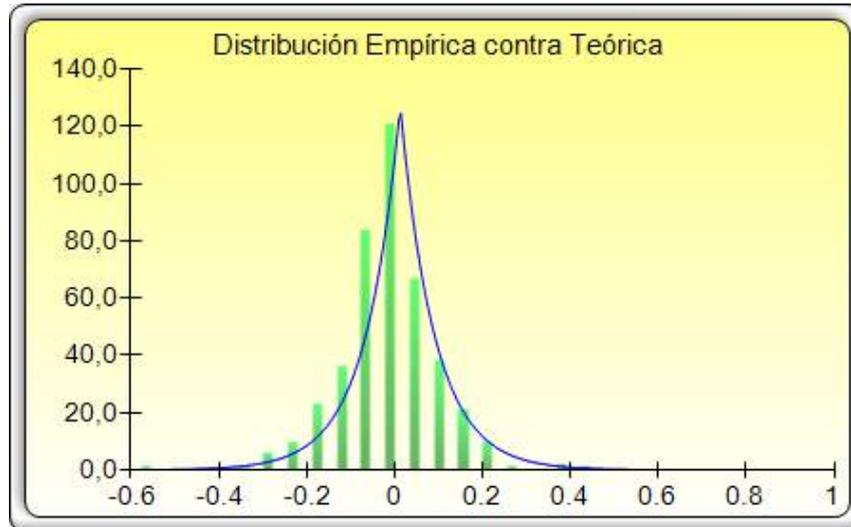


Gráfico 26: Distribución Laplace de BTC

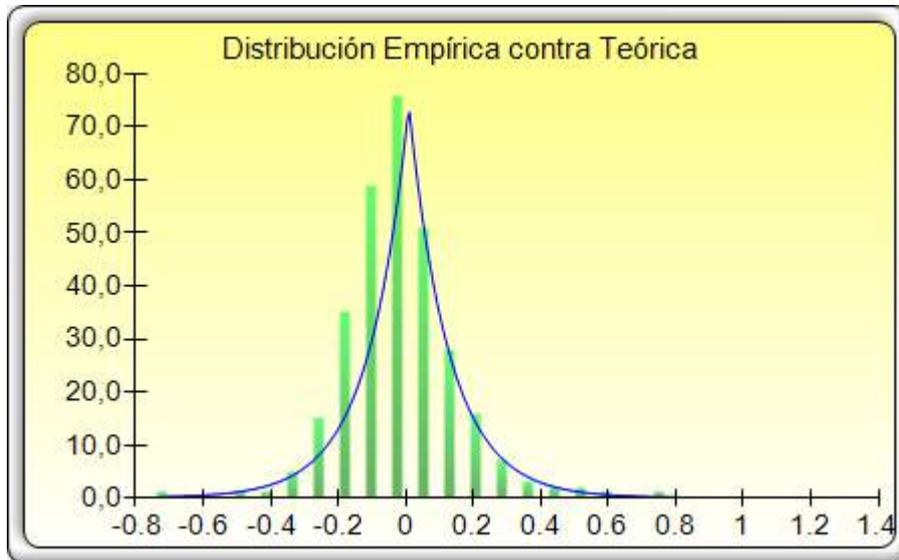


Gráfico 27: Distribución Laplace de ETH

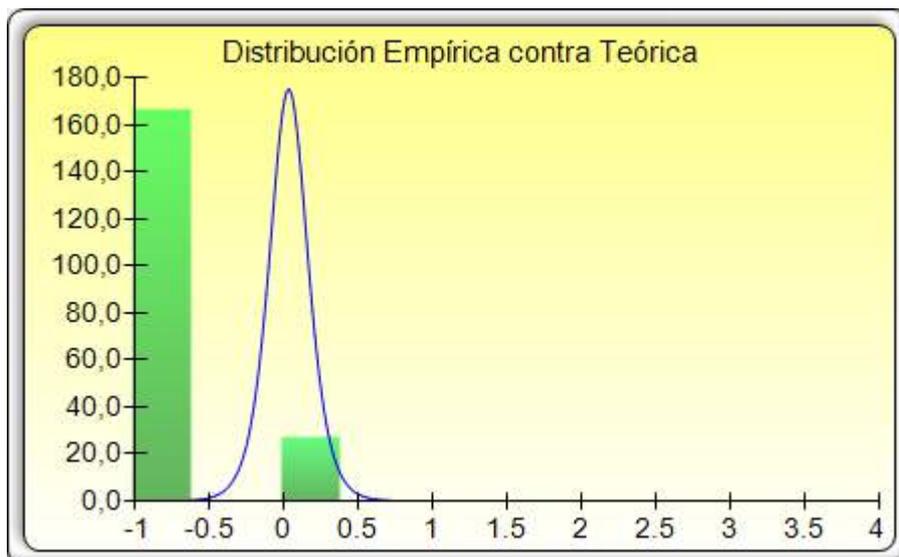


Gráfico 28: Distribución Logística de BNB

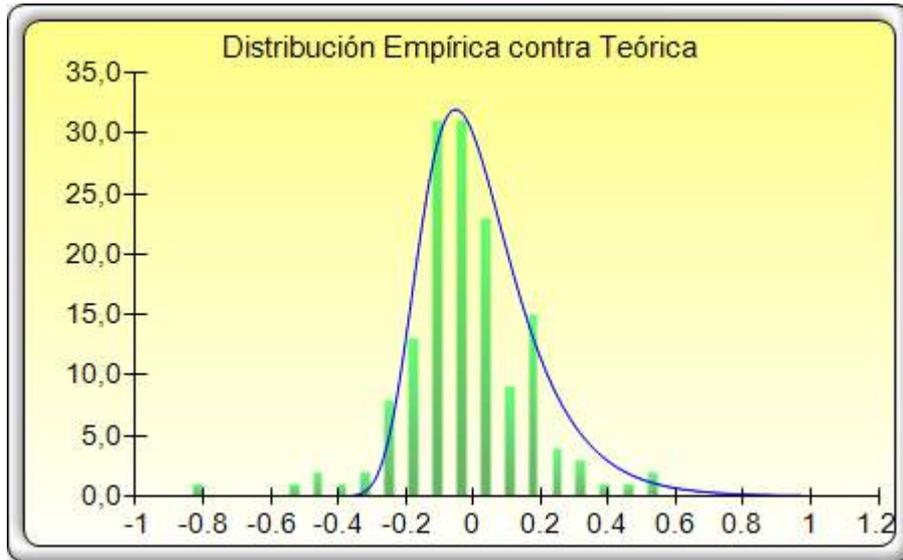


Gráfico 29: Distribución Gumbel Máxima de VET

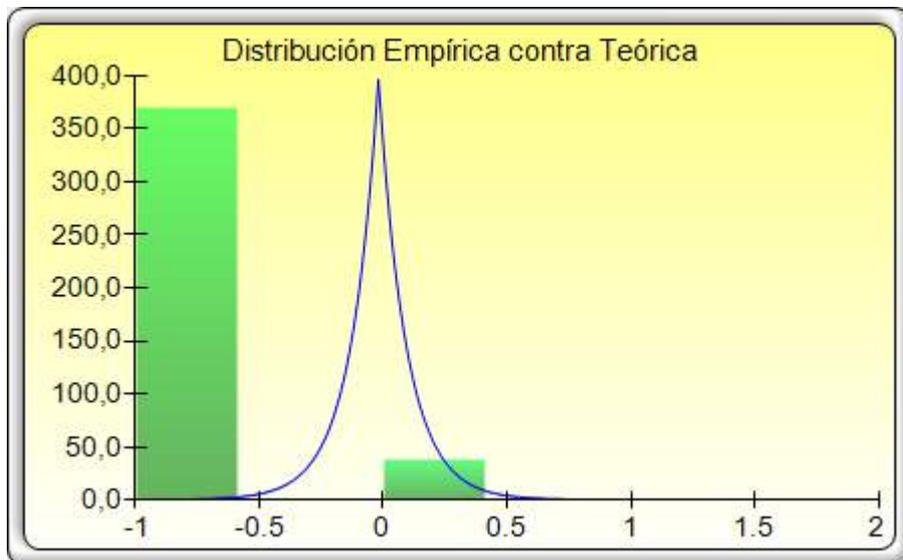


Gráfico 30: Distribución Laplace de XRP

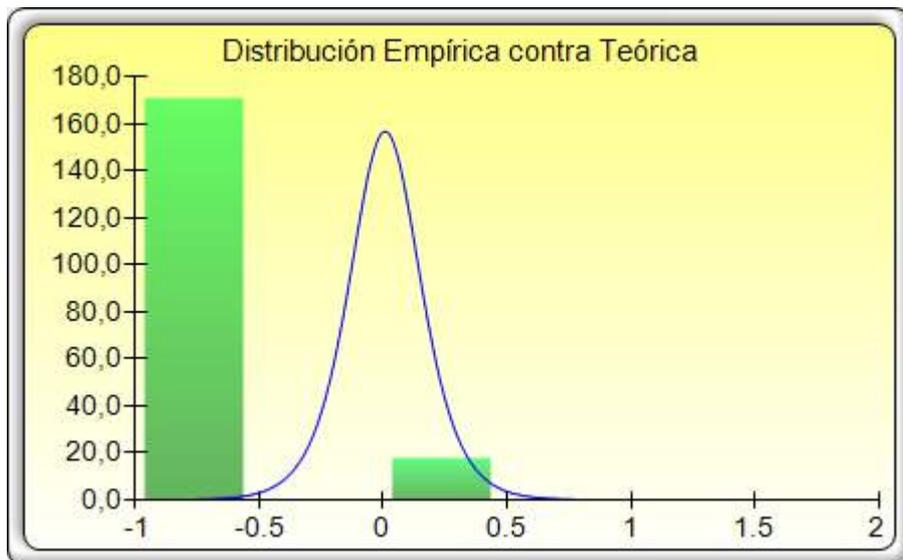


Gráfico 31: Distribución Logística de ADA

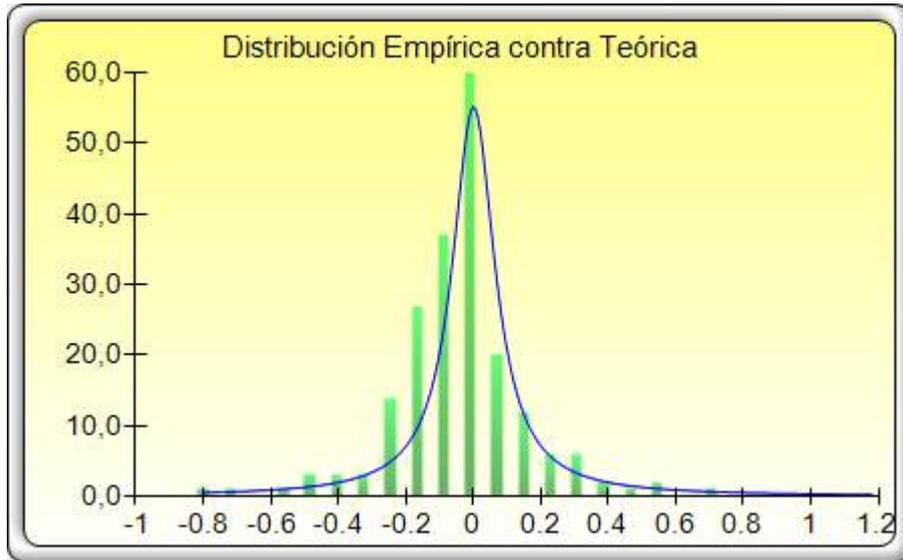


Gráfico 32: Distribución Cauchy de BCH

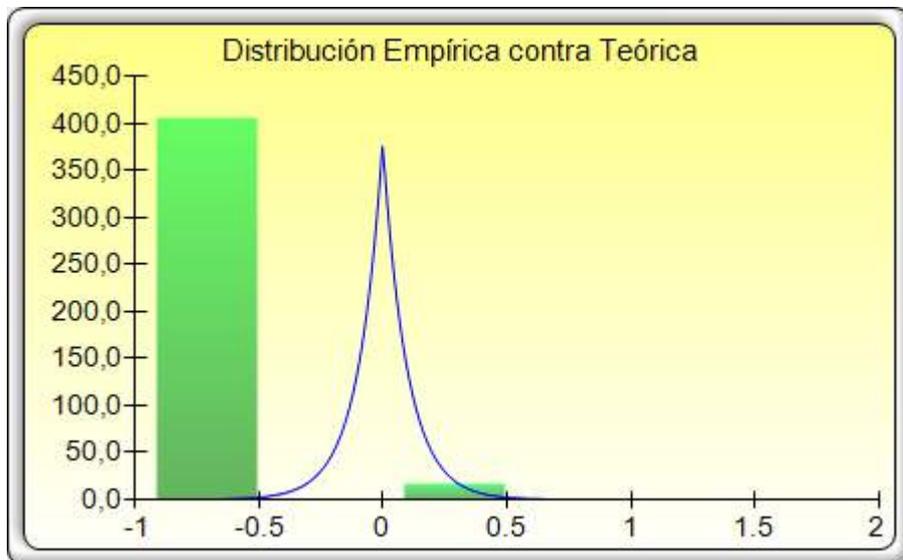


Gráfico 33: Distribución Laplace de LTC

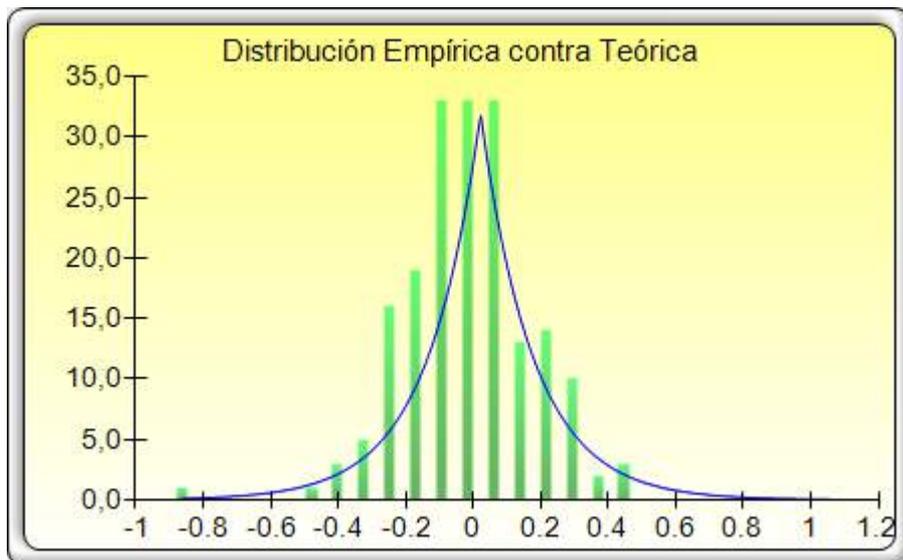


Gráfico 34: Distribución Laplace de LINK

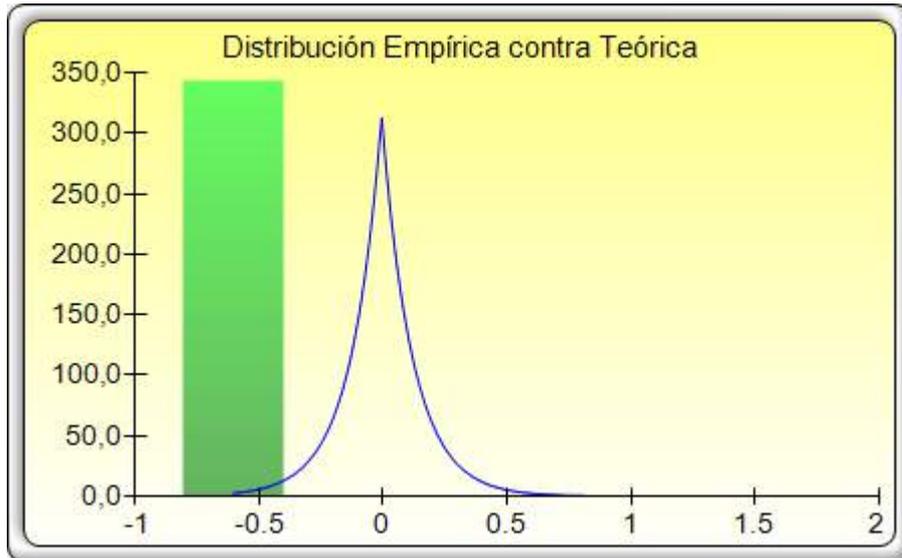


Gráfico 35: Distribución Laplace de XLM

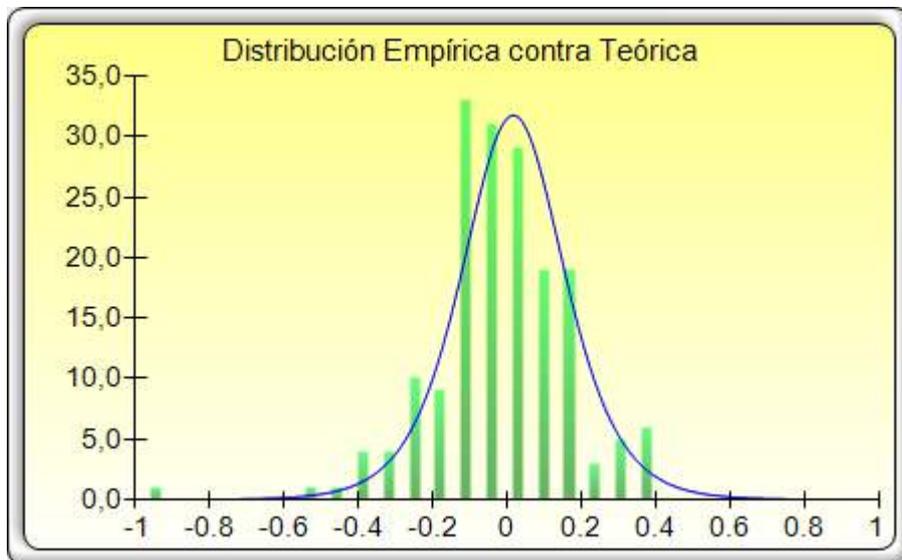


Gráfico 36: Distribución Logística de THETA

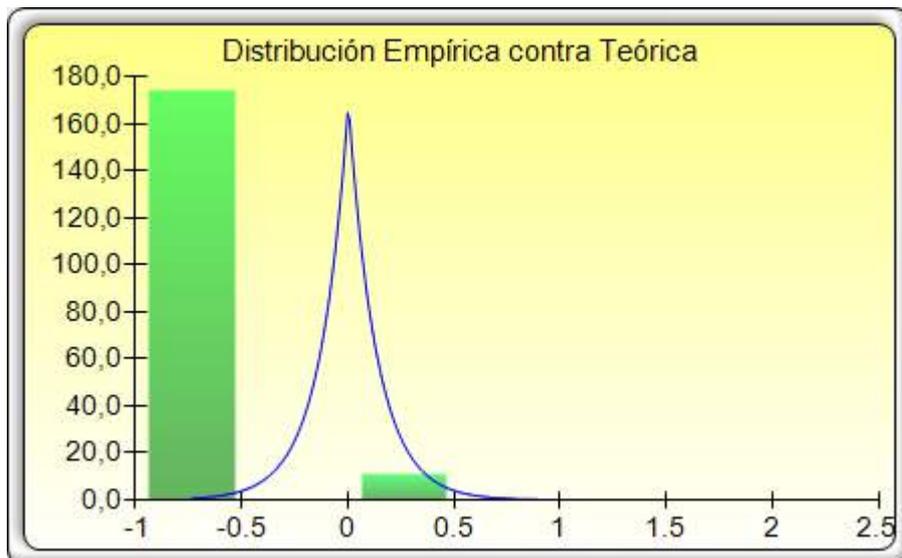


Gráfico 37: Distribución Laplace de TRX

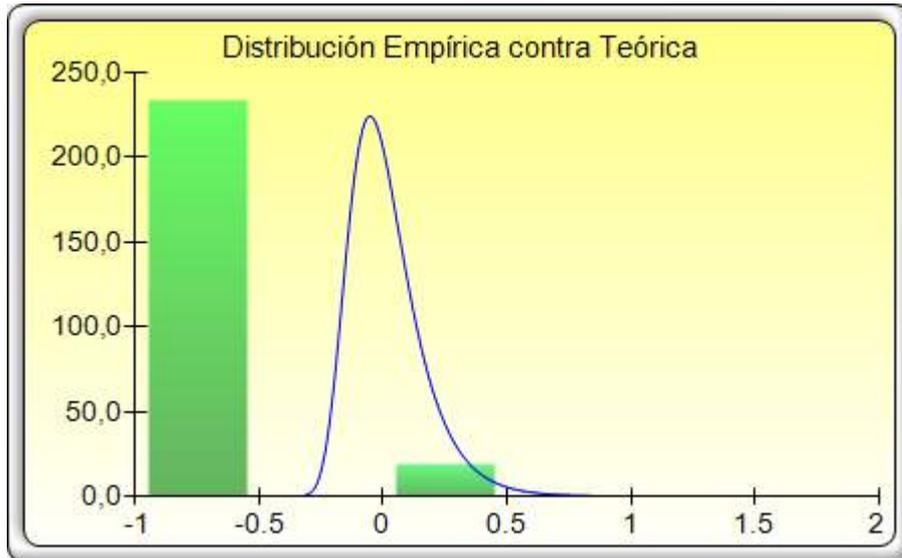


Gráfico 38: Distribución Gumbel Máxima de ETC

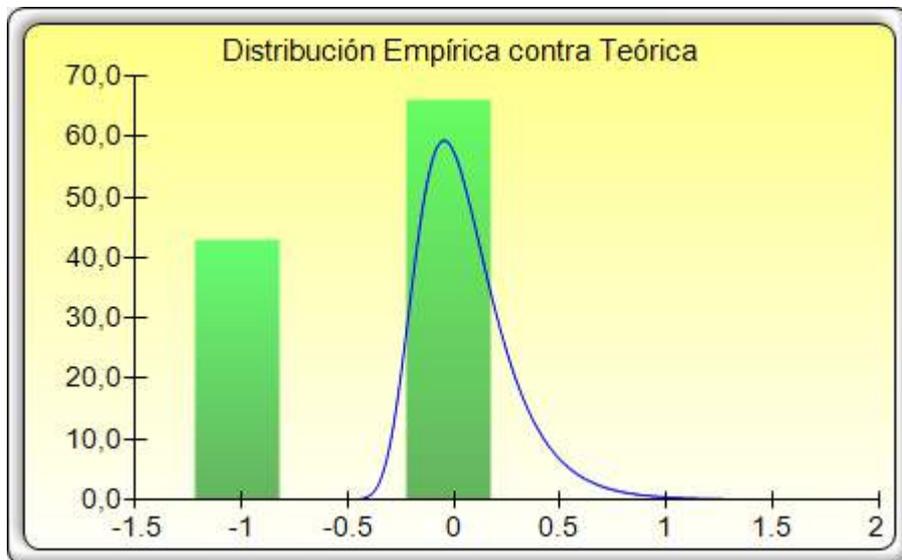


Gráfico 39: Distribución Gumbel Máxima de MATIC

Modelos alternativos evaluados con Metodología Box-Jenkins

1. Serie de Tiempo de Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 1:
 - a. Prueba de Raiz Unitaria Dickey-Fuller:

Null Hypothesis: RENDIMENTOS1 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.94913	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.491345	
5% level	-2.888157	
10% level	-2.581041	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RENDIMENTOS1)
Method: Least Squares
Date: 08/31/21 Time: 15:40
Sample (adjusted): 5/17/2019 8/11/2021
Included observations: 109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDIMENTOS1(-1)	-1.066500	0.097405	-10.94913	0.0000
C	0.029602	0.013174	2.262209	0.0257

R-squared	0.528392	Mean dependent var	0.001379
Adjusted R-squared	0.523885	S.D. dependent var	0.194636
S.E. of regression	0.134287	Akaike info criterion	-1.159493
Sum squared resid	1.929538	Schwarz criterion	-1.110111
Log likelihood	85.19237	Hannan-Quinn criter.	-1.139457
F-statistic	119.8634	Durbin-Watson stat	1.900171
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabla 13: Resultados de la Prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller Aumentada

b. Correlogramas de la serie:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		-0.065	-0.065	0.4790	0.489
2		0.002	-0.002	0.4794	0.787
3		0.113	0.114	1.9518	0.582
4		0.056	0.072	2.3216	0.677
5		0.064	0.073	2.7905	0.731
6		-0.076	-0.082	3.4649	0.746
7		-0.008	-0.008	3.4924	0.636
8		-0.006	-0.051	3.5747	0.893
9		0.018	0.024	3.6134	0.936
10		0.004	0.020	3.6151	0.963
11		0.027	0.054	3.7057	0.978
12		0.060	0.066	4.6902	0.967
13		0.065	0.078	5.2512	0.970
14		0.048	0.040	5.5287	0.977
15		-0.066	-0.094	6.0890	0.978
16		0.094	0.040	7.2499	0.968
17		-0.049	-0.069	7.5295	0.975
18		-0.067	-0.080	8.1680	0.976
19		-0.117	-0.122	10.029	0.952
20		-0.008	0.004	10.037	0.968
21		0.063	0.079	10.589	0.970
22		-0.130	-0.065	12.953	0.934
23		-0.070	-0.085	13.650	0.936
24		0.080	0.065	14.817	0.926
25		0.022	0.013	14.884	0.944
26		0.086	0.101	15.900	0.937
27		-0.065	-0.073	17.044	0.930
28		0.107	0.093	18.795	0.905
29		-0.047	-0.072	18.099	0.919
30		0.040	0.067	19.425	0.931
31		-0.014	0.006	19.457	0.947
32		-0.025	0.021	19.557	0.959
33		0.030	0.012	19.703	0.967
34		0.035	0.071	19.898	0.974
35		0.062	0.087	20.528	0.975

Tabla 14: ACF y PACF de la serie "Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 1"

c. Mejor modelo encontrado en el proceso de modelado "a mano": ARIMA (2,1,2)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.027797	0.016610	1.673482	0.0972
AR(1)	1.208605	0.310836	3.887635	0.0002
AR(2)	-0.639606	0.314328	-2.034936	0.0444
MA(1)	-1.299618	0.257366	-5.049677	0.0000
MA(2)	0.794605	0.267180	2.974039	0.0037
SIGMASQ	0.016904	0.001309	12.91137	0.0000
R-squared	0.041622	Mean dependent var		0.027420
Adjusted R-squared	-0.004454	S.D. dependent var		0.133418
S.E. of regression	0.133715	Akaike info criterion		-1.131129
Sum squared resid	1.859485	Schwarz criterion		-0.983830
Log likelihood	68.21210	Hannan-Quinn criter.		-1.071384
F-statistic	0.903335	Durbin-Watson stat		1.983641
Prob(F-statistic)	0.481955			

Tabla 15: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARIMA (2,1,2)

d. Correlograma de residuos del modelo:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.000	0.000	2 E-06	
		2 -0.035	-0.035	0.1360	
		3 0.021	0.021	0.1883	
		4 -0.022	-0.023	0.2455	
		5 0.018	0.019	0.2822	0.595
		6 -0.069	-0.071	0.8489	0.654
		7 0.017	0.020	0.8842	0.629
		8 0.008	0.001	0.8914	0.926
		9 0.033	0.039	1.0253	0.961
		10 -0.000	-0.005	1.0253	0.985
		11 0.009	0.015	1.0346	0.994
		12 0.065	0.058	1.5682	0.992
		13 0.051	0.056	1.8977	0.993
		14 0.041	0.045	2.1186	0.995
		15 -0.053	-0.047	2.4783	0.996
		16 0.095	0.099	3.6513	0.989
		17 -0.037	-0.043	3.8308	0.993
		18 -0.066	-0.049	4.4102	0.992
		19 -0.113	-0.124	6.1451	0.977
		20 -0.009	-0.001	8.1563	0.988
		21 0.055	0.029	6.5700	0.988
		22 -0.124	-0.116	8.7382	0.968
		23 -0.068	-0.087	9.3934	0.968
		24 0.089	0.078	10.534	0.957

Tabla 16: ACF y PACF de los residuos del modelo ARIMA (2,1,2)

e. Q-Q Plot del modelo:

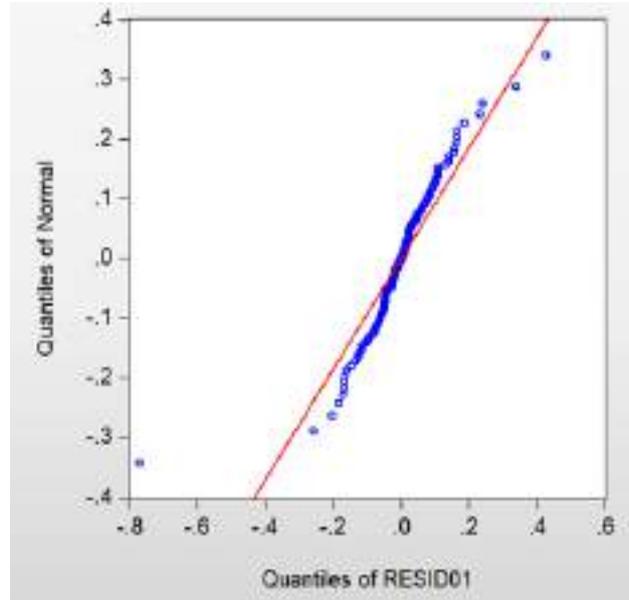


Gráfico 40: Q-Q Plot de los residuos del modelo ARIMA (2,1,2)

f. Prueba de Heterocedasticidad:

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.001337	Prob: F(1,107)	0.9709
Obs*R-squared	0.001382	Prob: Chi-Square(1)	0.9708

Test Equation:

Dependent Variable: RESID*2
Method: Least Squares
Date: 09/17/21 Time: 13:09
Sample (adjusted): 5/17/2019 6/11/2021
Included observations: 109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.017099	0.006078	2.813288	0.0058
RESID*2(-1)	-0.003534	0.096862	-0.036562	0.9709
R-squared	0.000012	Mean dependent var		0.017039
Adjusted R-squared	-0.009333	S.D. dependent var		0.060863
S.E. of regression	0.061146	Akaike info criterion		-2.732912
Sum squared resid	0.400061	Schwarz criterion		-2.683529
Log likelihood	150.9437	Hannan-Quinn criter.		-2.712885
F-statistic	0.001337	Durbin-Watson stat		1.967592
Prob(F-statistic)	0.970903			

Tabla 17: Test de Heterocedasticidad para la serie de tiempo "Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 1"

2. Serie de Tiempo de Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 2:
 - a. Prueba de Raiz Unitaria Dickey-Fuller:

Null Hypothesis: RENDIMENTOS1 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-14.58202	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.451703	
5% level	-2.870836	
10% level	-2.571794	

*MacKinnon (1990) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RENDIMENTOS1)
Method: Least Squares
Date: 09/15/21 Time: 21:07
Sample (adjusted): 8/21/2015 6/11/2021
Included observations: 304 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDIMENTOS1(-1)	-0.827384	0.056739	-14.58202	0.0000
C	0.014572	0.007354	1.981627	0.0484

R-squared	0.413177	Mean dependent var	-0.000110
Adjusted R-squared	0.411233	S.D. dependent var	0.169521
S.E. of regression	0.127006	Akaike info criterion	-1.282511
Sum squared resid	4.871400	Schwarz criterion	-1.258157
Log likelihood	195.9569	Hannan-Quinn criter.	-1.272629
F-statistic	212.6362	Durbin-Watson stat	2.031066
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabla 18: Resultados de la Prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller Aumentada

b. Correlogramas de la serie:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.172	0.172	0.0798	0.003	
2	0.123	0.096	13.756	0.001	
3	0.085	0.051	15.978	0.001	
4	0.042	0.019	18.535	0.002	
5	0.044	0.024	17.150	0.004	
6	0.160	-0.087	20.450	0.002	
7	-0.045	-0.084	21.024	0.004	
8	-0.051	-0.058	21.831	0.005	
9	0.082	0.104	23.945	0.004	
10	-0.030	-0.046	24.229	0.007	
11	-0.060	-0.005	24.228	0.012	
12	0.012	0.007	24.272	0.019	
13	-0.026	-0.013	24.497	0.027	
14	0.013	0.023	24.551	0.039	
15	0.039	0.013	25.032	0.050	
16	-0.021	-0.017	25.178	0.067	
17	-0.011	-0.005	25.218	0.090	
18	0.051	0.043	26.006	0.098	
19	-0.087	-0.106	26.124	0.064	
20	0.029	0.049	26.408	0.080	
21	0.079	0.085	21.491	0.000	
22	-0.020	-0.032	31.630	0.084	
23	-0.077	-0.098	33.596	0.071	
24	-0.005	0.013	33.589	0.092	
25	-0.083	-0.052	36.489	0.005	
26	-0.010	0.002	36.522	0.082	
27	0.044	0.037	37.167	0.092	
28	0.080	0.134	38.308	0.075	
29	0.050	0.032	40.532	0.070	
30	0.084	0.021	42.930	0.059	
31	0.004	0.002	43.129	0.072	
32	0.003	0.006	43.512	0.084	
33	0.068	0.016	44.657	0.085	
34	0.048	0.033	45.399	0.092	
35	0.086	0.078	45.746	0.001	
36	0.017	-0.032	48.944	0.075	

Tabla 19: ACF y PACF de la serie "Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 2"

c. Mejor modelo encontrado en el proceso de modelado "a mano": ARIMA (3,1,2)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.016998	0.009461	1.796736	0.0734
AR(1)	-0.609716	0.066928	-9.109998	0.0000
AR(2)	-0.720436	0.080565	-8.942306	0.0000
AR(3)	0.224191	0.050046	4.479705	0.0000
MA(1)	0.783108	0.060021	13.04725	0.0000
MA(2)	0.923685	0.062939	14.67594	0.0000
SIGMASQ	0.015515	0.000830	18.69997	0.0000
R-squared	0.060867	Mean dependent var	0.017194	
Adjusted R-squared	0.041958	S.D. dependent var	0.128744	
S.E. of regression	0.126014	Akaike info criterion	-1.280608	
Sum squared resid	4.732078	Schwarz criterion	-1.195224	
Log likelihood	202.2927	Hannan-Quinn criter.	-1.246458	
F-statistic	3.218994	Durbin-Watson stat	2.011571	
Prob(F-statistic)	0.004445			

Tabla 20: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARIMA (3,1,2)

d. Correlograma de residuos del modelo:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.011	-0.011	0.0353	
		2 0.038	0.038	0.4853	
		3 0.010	0.011	0.5148	
		4 0.085	0.084	2.7603	
		5 0.005	0.006	2.7686	
		6 0.058	0.052	3.8282	0.050
		7 0.002	0.001	3.8290	0.147
		8 -0.070	-0.082	5.3815	0.146
		9 0.048	0.045	6.1146	0.191
		10 0.012	0.008	6.1570	0.291
		11 0.007	0.005	6.1747	0.404
		12 -0.046	-0.038	6.8562	0.444
		13 0.010	0.001	6.8870	0.549
		14 0.035	0.045	7.2831	0.608
		15 -0.013	-0.018	7.3357	0.693
		16 -0.005	-0.008	7.3430	0.771
		17 0.011	0.018	7.3852	0.831
		18 0.036	0.035	7.8099	0.856
		19 -0.110	-0.112	11.789	0.623
		20 0.051	0.037	12.631	0.631
		21 0.063	0.078	13.928	0.604
		22 -0.009	-0.009	13.952	0.670
		23 -0.073	-0.072	15.698	0.614
		24 0.013	-0.001	15.751	0.674

Tabla 21: ACF y PACF de los residuos del modelo ARIMA (3,1,2)

e. Q-Q Plot del modelo:

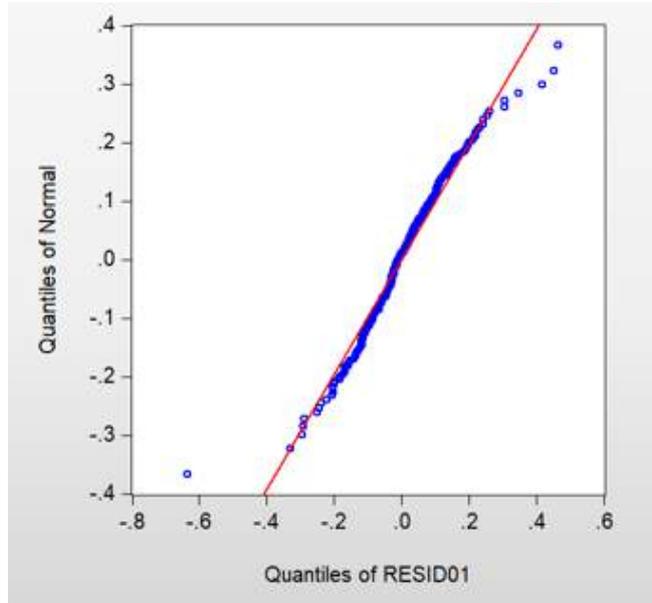


Gráfico 41: Q-Q Plot de los residuos del modelo ARIMA (3,1,2)

f. Prueba de Heterocedasticidad:

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	8.633431	Prob. F(1,302)	0.0036	
Obs*R-squared	8.448068	Prob. Chi-Square(1)	0.0037	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 09/17/21 Time: 13:17				
Sample (adjusted): 8/21/2015 8/11/2021				
Included observations: 304 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.012831	0.002154	6.003446	0.0000
RESID^2(-1)	0.166758	0.056754	2.938270	0.0036
R-squared	0.027793	Mean dependent var	0.016511	
Adjusted R-squared	0.024574	S.D. dependent var	0.034724	
S.E. of regression	0.034295	Akaike info criterion	-3.901082	
Sum squared resid	0.355195	Schwarz criterion	-3.876628	
Log likelihood	594.9645	Hannan-Quinn criter.	-3.891300	
F-statistic	8.633431	Durbin-Watson stat	2.024631	
Prob(F-statistic)	0.003555			

Tabla 22: Test de Heterocedasticidad para la serie de tiempo “Rendimientos Semanales Continuos de la Cartera 2”

g. Modelo GARCH (1,1) encontrado:

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.019877	0.011890	1.673139	0.0943
AR(1)	0.744983	0.105193	7.081881	0.0000
MA(1)	-0.610297	0.132004	-4.623308	0.0000
Variance Equation				
C	0.000268	7.51E-05	3.565989	0.0004
GARCH(1)	0.986485	0.004888	201.8139	0.0000
R-squared	0.045890	Mean dependent var	0.017636	
Adjusted R-squared	0.039550	S.D. dependent var	0.126725	
S.E. of regression	0.126154	Akaike info criterion	-1.344507	
Sum squared resid	4.790333	Schwarz criterion	-1.283372	
Log likelihood	209.3851	Hannan-Quinn criter.	-1.320052	
Durbin-Watson stat	1.976158			

Tabla 23: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo GARCH (1,1)

h. Q-Q Plot de los residuos:

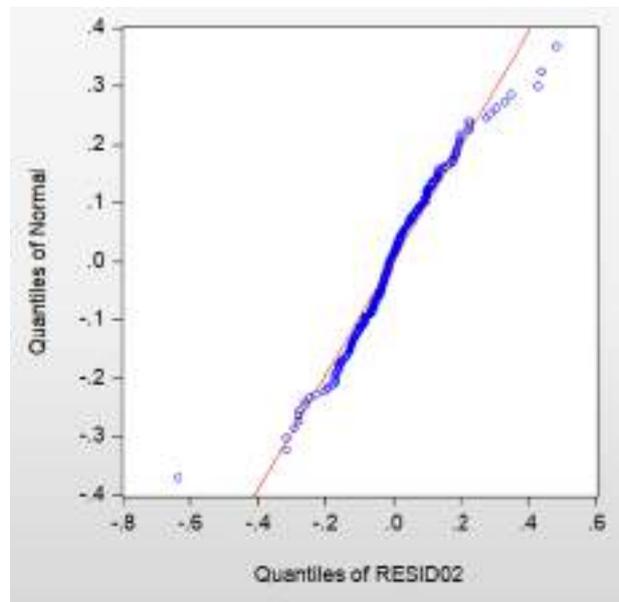


Gráfico 42: Q-Q Plot de los residuos del modelo GARCH (1,1)

3. Serie de Tiempo de los Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 2:
 - a. Prueba de Raiz Unitaria Dickey-Fuller:

Null Hypothesis: RENDIMENTOS1 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-30.75833	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.433218	
5% level	-2.862583	
10% level	-2.567430	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RENDIMENTOS1)
Method: Least Squares
Date: 09/16/21 Time: 12:51
Sample (adjusted): 8/10/2015 8/11/2021
Included observations: 2133 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDIMENTOS1(-1)	-0.956884	0.031112	-30.75833	0.0000
D(RENDIMENTOS1(-1))	-0.080948	0.021535	-3.758898	0.0002
C	0.002327	0.001011	2.300620	0.0215

R-squared	0.523688	Mean dependent var	-1.90E-05
Adjusted R-squared	0.523221	S.D. dependent var	0.067461
S.E. of regression	0.046581	Akaike info criterion	-3.253833
Sum squared resid	4.621896	Schwarz criterion	-3.285885
Log likelihood	3515.873	Hannan-Quinn criter.	-3.290917
F-statistic	1170.837	Durbin-Watson stat	2.066975
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabla 24: Resultados de la Prueba de Raíz Unitaria de Dickey-Fuller Aumentada

b. Correlogramas de la serie:

Auto correlation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob.
1		-0.041	-0.041	3.5033	0.059
2		0.082	0.081	18.083	0.000
3		0.038	0.045	21.251	0.000
4		0.038	0.035	24.295	0.000
5		-0.027	0.024	26.872	0.000
6		0.053	0.048	31.882	0.000
7		-0.007	-0.010	31.995	0.000
8		0.017	0.004	32.581	0.000
9		0.012	0.009	32.912	0.000
10		0.031	0.027	34.984	0.000
11		0.018	0.016	35.694	0.000
12		-0.007	-0.014	35.797	0.000
13		-0.001	-0.007	35.800	0.001
14		-0.016	-0.020	36.344	0.001
15		0.043	0.040	40.297	0.000
16		0.065	0.070	48.461	0.000
17		0.046	0.047	53.933	0.000
18		-0.001	-0.008	53.935	0.000
19		0.038	0.023	56.878	0.000
20		-0.006	-0.013	57.088	0.000
21		-0.000	-0.017	57.089	0.000
22		0.002	-0.007	57.078	0.000
23		-0.003	-0.006	57.103	0.000
24		0.002	0.002	57.110	0.000
25		0.020	0.016	57.893	0.000
26		0.027	0.025	59.514	0.000
27		0.004	0.001	59.555	0.000
28		0.012	0.008	59.885	0.000
29		0.003	0.003	59.900	0.001
30		-0.006	-0.008	59.969	0.001
31		0.034	0.029	62.506	0.001
32		-0.006	-0.013	62.591	0.001
33		-0.004	-0.015	62.632	0.001
34		0.002	-0.006	62.639	0.002
35		0.032	0.028	64.918	0.002
36		-0.027	-0.026	66.451	0.001

Tabla 25: ACF y PACF de la serie "Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 2"

c. Mejor modelo encontrado en el proceso de modelado "a mano": ARIMA (2,1,1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002298	0.001363	1.685677	0.0920
AR(1)	0.734149	0.065229	11.25489	0.0000
AR(2)	0.100409	0.017943	5.596127	0.0000
MA(1)	-0.781654	0.065193	-11.98979	0.0000
SIGMASQ	0.002168	2.97E-05	72.96289	0.0000
R-squared	0.013513	Mean dependent var		0.002339
Adjusted R-squared	0.011800	S.D. dependent var		0.046887
S.E. of regression	0.046813	Akaike info criterion		-3.291502
Sum squared resid	4.628003	Schwarz criterion		-3.278232
Log likelihood	3518.678	Hannan-Quinn criter.		-3.286646
F-statistic	7.294008	Durbin-Watson stat		1.989392
Prob(F-statistic)	0.000006			

Tabla 26: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARIMA (2,1,1)

d. Correlograma de residuos del modelo:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.002	0.002	0.0073	
		2	0.013	0.013	0.3466	
		3	-0.008	-0.008	0.4968	
		4	-0.006	-0.006	0.5759	0.448
		5	-0.006	-0.006	0.6521	0.722
		6	0.021	0.021	1.5850	0.663
		7	-0.033	-0.033	3.9561	0.412
		8	-0.010	-0.011	4.1752	0.524
		9	-0.006	-0.004	4.2407	0.644
		10	0.016	0.016	4.7920	0.685
		11	0.003	0.003	4.8166	0.777
		12	-0.023	-0.025	5.9737	0.743
		13	-0.021	-0.019	6.8933	0.735
		14	-0.029	-0.029	8.6921	0.650
		15	0.037	0.037	11.565	0.481
		16	0.066	0.065	20.982	0.073
		17	0.042	0.041	24.811	0.036
		18	-0.005	-0.005	24.865	0.052
		19	0.028	0.027	26.515	0.047
		20	-0.013	-0.012	26.905	0.059
		21	-0.010	-0.014	27.143	0.076
		22	-0.007	-0.006	27.237	0.099
		23	-0.011	-0.007	27.513	0.121
		24	-0.004	0.002	27.540	0.154

Tabla 27: ACF y PACF de los residuos del modelo ARIMA (2,1,1)

e. Q-Q Plot del modelo:

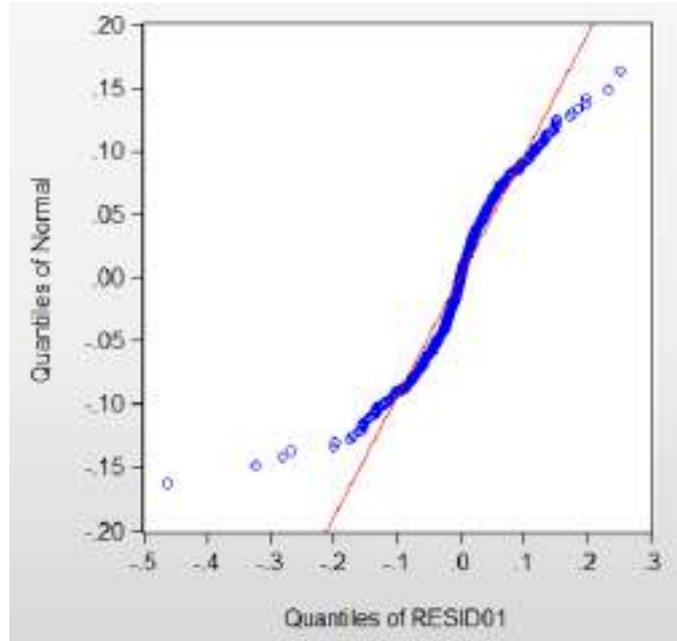


Gráfico 43: Q-Q Plot de los residuos del modelo ARIMA (2,1,1)

f. Prueba de Heterocedasticidad:

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	28.12171	Prob. F(1,2132)	0.0000
Obs*R-squared	27.78165	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 09/17/21 Time: 18:48
Sample (adjusted): 8/09/2015 6/11/2021
Included observations: 2134 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001908	0.000161	11.84390	0.0000
RESID^2(-1)	0.113877	0.021436	5.302991	0.0000

R-squared	0.013019	Mean dependent var	0.002154
Adjusted R-squared	0.012556	S.D. dependent var	0.007170
S.E. of regression	0.007125	Akaike info criterion	-7.049526
Sum squared resid	0.108227	Schwarz criterion	-7.044216
Log likelihood	7523.845	Hannan-Quinn criter.	-7.047583
F-statistic	28.12171	Durbin-Watson stat	2.008359
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabla 28: Test de Heterocedasticidad para la serie de tiempo “Rendimientos Diarios Continuos de la Cartera 2”

g. Modelo ARCH (2,1) encontrado:

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002290	0.001268	1.805067	0.0711
AR(1)	0.333222	0.143751	2.318053	0.0204
AR(2)	0.630111	0.140977	4.469602	0.0000
MA(1)	-0.362405	0.154561	-2.344739	0.0190
MA(2)	-0.588368	0.150770	-3.902417	0.0001

Variance Equation				
C	0.001586	2.90E-05	54.75245	0.0000
RESID(-1) ²	0.333463	0.029572	11.27631	0.0000

R-squared	0.011980	Mean dependent var	0.002423
Adjusted R-squared	0.010123	S.D. dependent var	0.046753
S.E. of regression	0.046516	Akaike info criterion	-3.355727
Sum squared resid	4.604438	Schwarz criterion	-3.337135
Log likelihood	3585.883	Hannan-Quinn criter.	-3.348923
Durbin-Watson stat	2.024715		

Tabla 29: Tabla de coeficientes y pruebas estadísticas del modelo ARCH (2,1)

h. Q-Q Plot de los residuos del modelo ARCH:

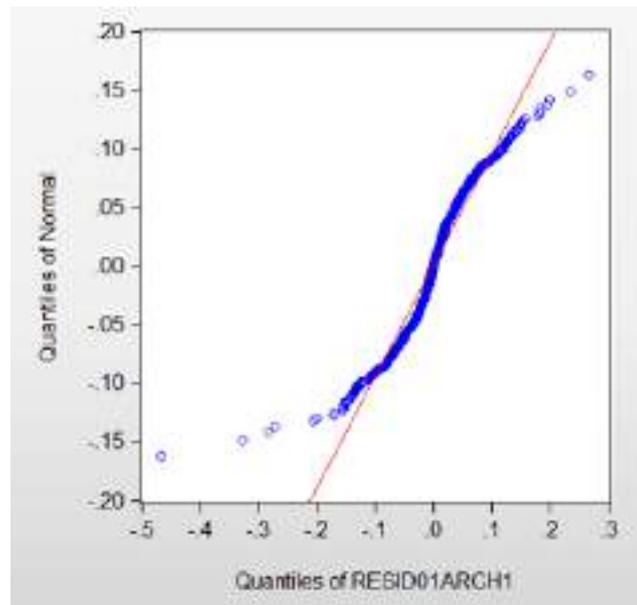


Gráfico 44: Q-Q Plot de los residuos del modelo ARIMA (2,1)